« PHOTONS ELECTRIQUES »
ET « PHOTONS MAGNETIQUES »
UN RENOUVELLEMENT POSSIBLE
DE LA THEORIE DU CHAMP UNITAIRE D'EINSTEIN

GEORGES LOCHAK
Fondation Louis de Broglie
23, rue Marsoulan F-75012 Paris
e-mail : georges.lochak@wanadoo.fr

RESUME : On rappelle la *méthode de fusion* de de Broglie appliquée à l'équation de Dirac dans la théorie générale des particules à spin. La méthode sera appliquée au cas du *photon* et du *graviton*. On examinera les *problèmes de symétrie* soulevés par l'auteur de l'exposé. Il s'ensuit que la théorie de de Broglie décrit en réalité *deux photons,* l'un associé aux *charges électriques*, l'autre aux *monopôles magnétiques*. Il en résulte deux systèmes différents d'équations de Maxwell. On montre ensuite que, dans la théorie du graviton de de Broglie-Tonnelat, qui est une théorie unitaire de la gravitation et de l'électromagnétisme,*le photon associé au graviton n'est pas électrique mais magnétique*, contrairement à ce qui est tacitement admis. Ce fait inattendu peut conduire à un renouvellement de la théorie d'Einstein du champ unitaire qui ne serait plus celui que l'on cherchait.

ABSTRACT : *After reminding the de Broglie method of fusion applied to the Dirac equation and the general theory of spin particles, the theories of photon and graviton are reexamined, especially from the point of view of symmetry. It is shown that de Broglie's theory actually contains two photons : one is associated with electric charges and the other one with magnetic monopoles.They are described by two different systems of Maxwell equations. Then, it is proved that, in the de Broglie-Tonnelat theory of graviton, which is a unitary field theory of gravitation and electromagnetism, the photon associated to the graviton is not the electric one, as it is implicitely admitted, but the magnetic one.This unexpected fact could leave to a revival of the Einstein unitary theory of field.*

1 La méthode de fusion[6], [8], [10], [11].

Soit une paire de particules identiques de masse m, obéissant à l'équation de Schrödinger, avec des coordonnées x_1, y_1, z_1 et x_2, y_2, z_2. Centre de masse :

$$x=\frac{x_1+x_2}{2};\ y=\frac{y_1+y_2}{2};\ z=\frac{z_1+z_2}{2} \tag{1,1}$$

Equation de Schrödinger du centre de masse :

$$-ih\frac{\partial\Phi}{\partial t}=\frac{1}{2M}\Delta\Phi \quad (M=2m) \tag{1,2}$$

Pour étendre cela à la relativité (le neutrino), de Broglie a suggéré un procédé formel. Il associe aux particules deux ondes ψ et φ, sans distinguer les coordonnées :

$$-ih\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{1}{2m}\Delta\psi;\ -ih\frac{\partial\varphi}{\partial t}=\frac{1}{2m}\Delta\varphi \tag{1,3}$$

Les conditions de *fusion*, dans le cas des ondes planes sont l'égalité de l'impulsion et de l'énergie:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}\varphi=\psi\frac{\partial\varphi}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{\partial(\psi\varphi)}{\partial t};\ \frac{\partial^2\psi}{\partial x_k^2}\varphi=\frac{\partial\psi}{\partial x_k}\frac{\partial\varphi}{\partial x_k}=\psi\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_k^2}=\frac{1}{4}\frac{\partial^2(\psi\varphi)}{\partial x_k^2} \tag{1,4}$$

Si on multiplie les équations (1,3) par φ et par ψ, on retrouve (1,2) et l'on postule que ce sera vrai pour toutes les ondes.

2 Equations de de Broglie du photon [10], [11].

En relativité, où le premier procédé échoue, on applique la méthode de fusion à deux particules de Dirac de masse $\frac{\mu_0}{2}$:

$$\begin{aligned}\frac{1}{c}\frac{\partial\psi}{\partial t}&=\alpha_k\frac{\partial\psi}{\partial x_k}+i\frac{\mu_0 c}{2\hbar}\alpha_4\psi\\ \frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t}&=\alpha_k\frac{\partial\varphi}{\partial x_k}+i\frac{\mu_0 c}{2\hbar}\alpha_4\varphi\end{aligned}\qquad(2,1)$$

$$\alpha_k=\begin{pmatrix}0&\sigma_k\\ \sigma_k&0\end{pmatrix};\ \alpha_4=\begin{pmatrix}I&0\\0&-I\end{pmatrix};\ (\sigma_k=\text{Pauli matrices})\qquad(2,2)$$

$$\frac{\partial\psi_n}{\partial t}\varphi_m=\psi_n\frac{\partial\varphi_m}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{\partial(\psi_n\varphi_m)}{\partial t};\ \frac{\partial\psi_n}{\partial x_k}\varphi_m=\psi_n\frac{\partial\varphi_m}{\partial x_k}=\frac{1}{2}\frac{\partial(\psi_n\varphi_m)}{\partial x_k}\qquad(2,3)$$

On a ici $\Phi=\{\Phi_{nm}=\psi_n\varphi_m\}$ mais l'équation finale sera étendue à toutes les fonctions qu'elles aient ou non cette forme.

D'où les équations du photon de de Broglie, où Φ est une matrice colonne à 16 composantes :

$$\begin{aligned}\frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t}&=a_k\frac{\partial\Phi}{\partial x_k}+i\frac{\mu_0 c}{\hbar}a_4\Phi\\ \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t}&=b_k\frac{\partial\Phi}{\partial x_k}+i\frac{\mu_0 c}{\hbar}b_4\Phi\end{aligned}\qquad(2,4)$$

$$\begin{aligned}&a_r=\alpha_r\times I,\ (a_r)_{ik,\,lm}=(\alpha_r)_{il}\delta_{km}\ (r=1,2,3,4)\\ &b_r=I\times\alpha_r,\ (b_r)_{ik,lm}=(-1)^{r+1}(\alpha_r)_{km}\delta_{il}\ (r=1,2,3,4)\end{aligned}\qquad(2,5)$$

$$a_ra_s+a_sa_r=2\delta_{rs};\ b_rb_s+b_sb_r=2\delta_{rs};\ a_rb_s-b_sa_r=0$$

3 Equations sous forme relativiste manifeste [11].

Soient les coordonnées $x_k=(x,\ y,z)$, $x_4=ict$, avec :

$$\gamma_\mu\gamma_\nu+\gamma_\nu\gamma_\mu=2\delta_{\mu\nu};\ \mu,\nu=1,\dots,5;\ \gamma_k=i\alpha_4\alpha_k;\ \gamma_4=\alpha_4;\ \gamma_5=\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\qquad(3,1)$$

Les fonctions d'onde seront ici des matrices carrées 4×4:

$$\begin{aligned}&\partial_\mu\gamma_\mu\Psi-\frac{\mu_0 c}{\hbar}\Psi=0\\ &\partial_\mu\Psi\tilde{\gamma}_\mu-\frac{\mu_0 c}{\hbar}\Psi=0\end{aligned}\quad\left(\mu,\nu=1,\dots,4;\ \tilde{\gamma}_\mu=\gamma_\mu^{\,transp}\right)\qquad(3,2)$$

Il y a 2 matrices Λ et Γ qui éliminent les matrices transposées :

$$\tilde{\gamma}_\mu=\Lambda\gamma_\mu\Lambda^{-1};\ \tilde{\gamma}_\mu=-\Gamma\gamma_\mu\Gamma^{-1}\quad(\mu=1,2,3,4;\ \Gamma=\Lambda\gamma_5)\qquad(3,3)$$

A une transformation canonique près :

$\Gamma=-i\gamma_2\gamma_4;\ \Lambda=\Gamma\gamma_5=-i\gamma_3\gamma_1$ (3,4)

De Broglie n'a utilisé que la matrice Γ **.** *En l'introduisant* dans (3,2), on trouve (de Broglie-Tonnelat-Petiau [11]) :

$$\begin{aligned}&\partial_\mu\gamma_\mu(\Psi\Gamma)-\frac{\mu_0\,c}{h}(\Psi\Gamma)=0\\&\partial_\mu(\Psi\Gamma)\gamma_\mu+\frac{\mu_0\,c}{h}(\Psi\Gamma)=0\end{aligned}\qquad(3,5)$$

Avec Λ on trouve les *équations duales* (Lochak [33], [34]) :

$$\begin{aligned}&\partial_\mu\gamma_\mu(\Psi\Lambda)-\frac{\mu_0\,c}{h}(\Psi\Lambda)=0\\&\partial_\mu(\Psi\Lambda)\gamma_\mu-\frac{\mu_0\,c}{h}(\Psi\Lambda)=0\end{aligned}\qquad(3,6)$$

4 Il y a deux photons :

On développe chaque matrice Θ en algèbre de Clifford:

$$\Theta=I\varphi_0+\gamma_\mu\varphi_\mu+\gamma_{[\mu\nu]}\varphi_{[\mu\nu]}+\gamma_\mu\gamma_5\varphi_{\mu5}+\gamma_5\varphi_5 \qquad (4,1)$$

φ_0 : scalaire, φ_μ : vecteur polaire, $\varphi_{[\mu\nu]}$: tenseur de rang 2,
$\varphi_{\mu5}$: vecteur axial, φ_5 : pseudo-scalaire.
D'où les grandeurs électromagnétiques dans $\Re^3$. On pose :

$$\begin{aligned}&\mathbf{H}=Kk_0(\varphi_{23},\ \varphi_{31},\ \varphi_{12});\ \mathbf{E}=Kk_0(i\varphi_{14},\ i\varphi_{24},\ i\varphi_{34})\\&\mathbf{A}=K(\varphi_1,\ \varphi_2,\ \varphi_3);\ iV=K\varphi_4\\&-i\mathbf{B}=K(\varphi_{15},\ \varphi_{25},\ \varphi_{35});\ W=K\varphi_{45}\\&I_1=\varphi_0;\ iI_2=\varphi_5\quad\left(k_0=\frac{\mu_0 c}{h};\ K=\frac{h}{2\sqrt{\mu_0}}\right)\end{aligned}\qquad(4,2)$$

(**Attention** ! **B** n'est pas une induction, mais un potentiel axial).
En développant (3,5) et (3,6) selon (4,1) et (4,2), on trouve deux systèmes d'équations **:**

1) Les équations du « photon electrique » [10], [11].

Développons $\Psi=\psi\Gamma$ selon (4,1). Alors (3,5) donne un système scindé en deux groupes qui décrivent un **photon électrique** :

$$\text{(M)}\qquad\begin{aligned}&-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}=\mathrm{rot}\mathbf{E};\ \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}=\mathrm{rot}\mathbf{H}+k_0^2\mathbf{A}\\&\mathrm{div}\mathbf{H}=0;\ \mathrm{div}\mathbf{E}=-k_0^2V\\&\mathbf{H}=\mathrm{rot}\mathbf{A};\ \mathbf{E}=-\mathbf{grad}V-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t};\ \frac{1}{c}\frac{\partial V}{\partial t}+\mathrm{div}\mathbf{A}=0\end{aligned}\qquad(4,3)$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_1}{\partial t}=0;\ \mathbf{grad}I_1=0;\ k_0 I_1=0 \quad \left(k_0 \neq 0 \Rightarrow I_1=0\right)$$

$$(\mathrm{NM})\ -\frac{1}{c}\frac{\partial I_2}{\partial t}=k_0 W;\ \mathbf{grad}I_2=k_0\mathbf{B};\ \frac{1}{c}\frac{\partial W}{\partial t}+\mathrm{div}\mathbf{B}=k_0\, I_2 \qquad (4,4)$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{B}=0;\ \mathbf{grad}W+\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}=0$$

Le système d'équations se scinde en deux groupes (4,3), (4,4) car **le système initial (2,4), et donc (3,5), n'était pas l'équation d'une particule de spin 1 mais de spin maximum 1**. Le système (M) ("Maxwellien") correspond au spin 1 et représente les *équations du photon.* Le système (NM) ("Non-Maxwellien") correspond au spin 0.

Les équations (M) diffèrent de celles de Maxwell sur 2 points :

- Les *termes de masse* introduisent un lien entre les champs et les potentiels, qui deviennent des grandeurs physiques et ne sont pas invariants de jauge.
- Les expressions des champs à l'aide des potentiels, ainsi que la jauge de Lorentz font partie des équations de champs :

$$\mathbf{H}=\mathrm{rot}\mathbf{A};\ \mathbf{E}=-\mathbf{grad}V-\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t};\ \frac{1}{c}\frac{\partial V}{\partial t}+\mathrm{div}\mathbf{A}=0 \qquad (4,5)$$

Ces expressions ne sont plus arbitrairement imposées de l'extérieur. D'après (4,3), les champs et les potentiels obéissent à l'équation de Klein-Gordon (et non à celle de d'Alembert) :

$$\Box F+k_0^2F=0 \quad (F=\mathbf{E},\ \mathbf{H},\ \mathbf{A},\ V) \qquad (4,6)$$

Le potentiel sphérique n'est pas celui de Coulomb mais de Yukawa : $V=\frac{e^{-r/k_0}}{r}$, mais il reste à longue portée à cause de la petitesse du nombre d'onde de Compton $k_0=\mu_0 c/h$.

Les équations (NM) représentent une particule de spin 0 $(m_0$=masse du photon$)$. Cette particule est chirale car $I_2 \neq 0$ est un pseudo-invariant et $\{\mathbf{B}, W\}$ un pseudo-quadrivecteur, dual d'un tenseur de rang 3 $($ I_1 est un invariant, mais ici : $I_1=0)$

De Broglie a remarqué qu'on peut définir des "anti-champs" [10]:

$$\mathbf{H}'=\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}+\mathbf{grad}W;\ \ \mathbf{E}'=\mathrm{rot}\,\mathbf{B} \qquad (4,7)$$

mais ces anti-champs sont nuls, pour l'instant, d'après (4,4). Nous verrons qu'ils sont liés au magnétisme. Les définitions (4,7) de $\mathbf{H}'$ et $\mathbf{E}'$ de de Broglie en termes de *pseudo* quadripotentiels $\{W,\ \mathbf{B}\}$ jouent un rôle central dans la théorie du monopôle.

Le système (4,3)-(4,4) décrit un ***« photon électrique»*** pour les raisons suivantes :

Le champ $\{\mathbf{E},\mathbf{H}\}$ et le 4-potentiel ***polaire*** $\{V,\ \mathbf{A}\}$ relié à $\{\mathbf{E},\mathbf{H}\}$ par les formules de Lorentz (4,5) entrent dans la dynamique d'une charge *électrique*. Comme $k_0 \neq 0$, on a $\mathrm{div}\mathbf{E} \neq 0$: le champ *électrique* **E** n'est pas transversal (contrairement au champ magnétique **H**) : **E** a une composante longitudinale en k_0. Dans les équations (NM) on a un *pseudo invariant* I_2, un 4-potentiel *axial* $\{W,\mathbf{B}\}$, un invariant I_1 et des "anti-champ" $\{\mathbf{E}',\mathbf{H}'\}$, qui seront liés au magnétisme.

2) Les équations du « photon magnétique» [33], [34]•

Ce second photon correspond à (3,6), c'est à dire à (3,2) avec $\Lambda=\Gamma\gamma_5$, au lieu de Γ. Les nouveaux champs (primés) sont *duaux* des précédents : les anti-champs échangent l'électricité et le magnétisme. On trouve un nouveau système d'équations qui n'avait pas été donné par de Broglie et qui décrit un autre photon :

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}=\mathrm{rot}\mathbf{E}'+k_0^2\mathbf{B}'\,;\ \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t}=\mathrm{rot}\mathbf{H}'$$

$$(\mathrm{M})\qquad \mathrm{div}\mathbf{H}'=k_0^2 W'\,;\ \mathrm{div}\mathbf{E}'=0 \qquad (4,8)$$

$$\mathbf{H}'=\mathbf{grad}W'+\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t}\,;\ \mathbf{E}'=\mathrm{rot}\mathbf{B}'\,;\ \frac{1}{c}\frac{\partial W'}{\partial t}+\mathrm{div}\mathbf{B}'=0$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_2}{\partial t}=0;\ \mathbf{grad}I_2=0;\ k_0 I_2=0\quad \left(k_0 \neq 0 \Rightarrow I_2=0\right)$$

$$(\mathrm{NM})\ -\frac{1}{c}\frac{\partial I_1}{\partial t}=k_0 V'\,;\ \mathbf{grad}I_1=k_0\mathbf{A}'\,;\ \frac{1}{c}\frac{\partial V'}{\partial t}+\mathrm{div}\mathbf{A}'=k_0 I_1 \qquad (4,9)$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{A}'=0;\ \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t}+\mathbf{grad}V'=0$$

Le nouveau photon est associé, comme le précédent, à un couple de champs. Mais la situation s'est inversée :

1) Les "anti-champs" $\{\mathbf{E}',\mathbf{H}'\}$ et le 4-potentiel *axial* $\{W',\mathbf{B}'\}$ obéissent maintenant au système maxwellien (M) (4,8).
2) La définition a priori (4,7) des "anti-champs" devient automatique : c'est l'une des équations de champ. Et bien sûr, les champs $\{\mathbf{E}',\mathbf{H}'\}$ ne sont plus nuls.
3) Les champs $\{\mathbf{E}',\mathbf{H}'\}$, définis par $\{W',\mathbf{B}'\}$, entrent dans la dynamique d'un monopôle magnétique [15], [16], [17].
4) A l'inverse du cas électrique, on a ici $\mathrm{div}\mathbf{H}'\neq 0$. Dans une onde plane, le champ *magnetique* $\mathbf{H}'$ (et non plus électrique) a une composante longitudinale de l'ordre de k_0, tandis que E' est transversal. Nous avons un *photon magnétique*.

Le potentiel polaire $\{V',\ \mathbf{A}'\}$ remplace $\{W,\mathbf{B}\}$, dans le système non maxwellien (NM) : l'état de *spin 0*. L'invariant I_1 et le pseudo-invariant I_2 inversent leurs rôles : on a ici $I_2=0$ et $I_1\neq 0$.

Le champ électromagnétique $\{\mathbf{E},\mathbf{H}\}$ defini par les formules classiques de Lorentz (4,5) donne maintenant : $\mathbf{E}=\mathbf{H}=0$, de même qu'on avait $\mathbf{E}'=\mathbf{H}'=0$ dans le cas électrique.Les "anti-champs" $\{\mathbf{E}',\mathbf{H}'\}$ et le 4-potentiel *axial* $\{W',\mathbf{B}'\}$ obéissent maintenant au système maxwellien (M) (4,8).

Donc la *fusion* de de Broglie de deux équations de Dirac donne les équations de Maxwell avec *deux classes of photons : électrique et magnétique. Et il n'y a pas d'autre possibilité*. Cette symétrie remarquable était déjà présente dans l'équation de Dirac qui possède deux interactions minimales associées aux charges électriques et magnétiques [14], [15], [16].

5) Le spin du photon.

Il s'introduit un **tenseur d'énergie-impulsion** $T_{\mu\nu}$ **non symétrique** d'où le moment angulaire :

$$m_{ik}=\frac{i}{c}\int [x_i T_{4k}-x_k T_{4i}]d\tau \qquad (i,k,=1,2,3) \qquad (5,1)$$

Comme chez Dirac, ce moment ne se conserve pas. La grandeur conservative est :

$$m'_{ik}=m_{ik}+S_{ik} \qquad (5,2)$$

$$S_{ik}=i\hbar\int \Phi^{+}\,\frac{b_4a_ia_k+a_4a_ib_k}{2}\Phi \qquad (i,k=1,2,3)) \qquad (5,3)$$

$s_j=\varepsilon_{jik}S_{ik}$: pseudo-vecteur dans $\Re^3$ et on a une composante de temps :

$$s_4=c\hbar\int \Phi^{+}\,\frac{b_4a_1a_2a_3+a_4b_1b_2b_3}{2}\Phi \qquad (5,4)$$

Les lois de commutation sont celles de Pauli-Dirac avec les valeurs propres sont –1,0,+1. On a une **particule de spin maximum 1**.

Point important:

La décomposition spin 1 / spin 0 n'est pas invariante relativiste [11]. En effet, le spin total $\mathbf{s}^2$ a les valeurs propres $l(l+1)=\{2,\ 0\}$, pour l=1,0. Et, dans les deux cas, *électrique et magnétique* :

Les équations (M) sont associées au spin total l=1 : (projections $s=-1,\ 0,+1$ sur la direction de propagation). s=–1 : onde circulaire droite, s=+1 : onde circulaire gauche, s=0 : onde longitudinale *électrique* (resp. *magnétique).*

De même, **les équations (NM) sont associées à l=0.** Mais, de Broglie remarque : **Malgré la covariance de (M) et (NM), la séparation spin 1 / spin 0 n'est pas covariante car elle est basée sur un opérateur non invariant :** $\mathbf{s}^2=s_1^2+s_2^2+s_3^2$ **.** Et on a la correspondance suivante entre les grandeurs de champ et les valeurs de $\mathbf{s}^2$:

– **photon électrique :** 1er tableau **:** (M), 2ème tableau **:** (NM)

A	V	E	H	I_1	B	W	I_2	E'	H'
2	0	2	2	0	2	0	0	2	2

(5,5)

- **photon magnétique :** 1er tableau **:** (M), 2ème tableau **:** (NM)

B'	W'	H'	E'	I_2	A'	V'	I_1	H	E
2	0	2	2	0	2	0	0	2	2

(5,6)

Entre (5,5) et (5,6) on note les échanges :

- Entre potentiels **A**, V et pseudopotentiels **B'**, W'.
- Entre champs et anti-champs : **E'**, **H'**=0 dans (5,5) et **E**, **H**=0 dans (5,6).
- Entre invariant et pseudo-invariant : $I_1=0$ dans (5,5) et $I_2=0$ dans (5,6).

Fait remarquable, dans chacun des 2 groupes (M) et (NM), on a des champs $\mathbf{s}^2=2$ et $\mathbf{s}^2=0$: **il n'y a donc pas de séparation entre spin 1 et spin 0.** Pour chacun des deux photons, la séparation n'a lieu que dans le repère propre car l'un des potentiels est du genre espace, et l'autre du genre temps : elle ne se fait pas dans les autres repères.

La non séparation spin 1 / spin 0 signifie que **le photon composite n'est pas une particule de spin 1, mais de spin maximum 1** (comme l'atome à deux électrons ou la molécule diatomique).

La séparation entre photons électrique et magnétique est covariante, mais la présence des potentiels et pseudopotentiels, champs et anti-champs, dans (M) et (NM), et leur migration entre (M) et (NM) selon le photon, constitue un autre lien.

6) Les particules de spin maximum n [11].

La fusion de n particules de Dirac donne :

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\Phi_{ikl\dots}}{\partial t}=a_k^{(p)}\frac{\partial\Phi}{\partial x_k}+i\frac{\mu_0 c}{\hbar}\,a_4^{(p)}\Phi_{ikl\dots} \qquad (6,1)$$

où p=1, 2, … n : on a n équations agissant sur un spineur à 4^n composantes (16 pour le photon), 4n matrices $(a_r^{(p)})$, à 4^{2n} éléments:

$$(a_r^{(p)})_{ik\ldots opq\ldots,i'k',\ldots o'p'q'\ldots}=\delta_{ii'}\delta_{kk'}\ldots\delta_{oo'}(\alpha_r)_{pp'}\delta_{qq'}\ldots \qquad (6,2)$$

$$a_r^{(p)}a_s^{(p)}+a_s^{(p)}a_r^{(p)}=2\delta_{rs};\ a_r^{(p)}a_s^{(q)}-a_s^{(q)}a_r^{(p)}=0\ \ (\text{if } p° q) \qquad (6,3)$$

Les équations sont en surnombre, ce qui était déjà le cas pour le photon, mais on montre (comme pour le photon) que la moitié des équations entraine l'autre moitié.

La particule de spin maximum 2 : le graviton [11], [32], [34].

Comme le photon, le graviton de de Broglie–Tonnelat n'est pas une particule de spin 2 mais de *spin maximum 2 : le graviton est une particule composite, liée au photon*.

On aura donc une théorie unitaire de la gravitation et de l'électromagnétisme, dans laquelle les champs sont liés non par la géométrie mais par la fusion des spins.

C'est une liaison « à la Clebsch-Gordan » :

$$D_{\frac{1}{2}}\times D_{\frac{1}{2}}\times D_{\frac{1}{2}}\times D_{\frac{1}{2}}=D_2+3D_1+2D_0 \qquad (6,4)$$

La fusion de 4 particules de spin 1/2, donne: 1 particule de spin 2 ; 3 particules de spin 1 ; 2 particules de spin 0: En particulier, on trouve des gravitons et des photons.

Raisonnement intuitif de de Broglie : il définit une particule de spin 2 par la fusion de deux particules de spin 1, décrites par des quadripotentiels $A_\mu^{(1)}=\{\mathbf{A}^{(1)},V\}$, $A_\mu^{(2)}=\{\mathbf{A}^{(2)},V\}$ et par des invariants $I_2^{(1)},I_2^{(2)}$. D'où les tenseurs, par fusion :

$$A_\mu^{(1)}\times A_\mu^{(2)};\ A_\mu^{(1)}\times I_2^{(2)};\ I_2^{(1)}\times A_\mu^{(2)};\ I_2^{(1)}\times I_2^{(2)} \qquad (6,5)$$

Le premier tenseur est de rang 2 et peut se décomposer :

$$A_{(\mu\nu)}=\frac{A_{\mu\nu}+A_{\nu\mu}}{2};\ A_{[\mu\nu]}=\frac{A_{\mu\nu}-A_{\nu\mu}}{2} \qquad (6,6)$$

$A_{(\mu\nu)}$ **symétrique** suggère la gravitation.

$A_{[\mu\nu]}$ **antisymétrique** suggère l'électromagnétisme, confirmé par la présence des potentiels $P_\mu^{(1)}=A_\mu^{(1)}\times I_2^{(2)}$ et $P_\mu^{(2)}=I_2^{(1)}\times A_\mu^{(2)}$ qui sont de **type vectoriel**.

$A_{(\mu\nu)}$ peut se relier au **spin 2**, **si la trace est nulle**. La trace est un invariant, relié au **spin 0**, de même que l'invariant $I_2^{(1)}\times I_2^{(2)}$. Les tenseurs $P_\mu^{(1)}$, $P_\mu^{(2)}$ et $A_{[\mu\nu]}$ sont reliés au **spin 1.**

La séparation entre les spins n'étant pas covariante, on aura forcément une théorie unitaire.

Equations tensorielles.

On trouve trois systèmes relativement simples (A), (B), (C) :

$$
(A)\qquad
\begin{aligned}
&\partial_\mu \Phi_{(\nu\rho)} - \partial_\nu \Phi_{(\mu\rho)} = k_0 \Phi_{[\mu\nu]\rho} \\
&\partial_\rho \Phi_{[\rho\mu]\nu} = k_0 \Phi_{(\mu\nu)} \\
&\partial_\mu \Phi_{[\rho\sigma]\nu} - \partial_\nu \Phi_{[\rho\sigma]\mu} = k_0 \Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])} \\
&\partial_\varepsilon \Phi_{([\varepsilon\rho][\mu\nu])} = k_0 \Phi_{[\mu\nu]\rho}
\end{aligned}
\tag{6,7}
$$

$\Phi_{(\mu\nu)}$: tenseur symetrique de rang 2 ;

$\Phi_{[\mu\nu]\rho}$: tenseur de rang 3 avec deux indices antisymétriques ;

$\Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])}$: tenseur de rang 4 antisymétrique en $\mu\nu$ et $\rho\sigma$, symétrique par rapport aux deux paires. Le système (6,7) entraine :

$$
\begin{aligned}
&\partial_\nu \Phi_{(\mu\nu)} = \partial_\rho \partial_\nu \Phi_{[\rho\mu]\nu} = 0 \\
&\Phi_{(\rho\rho)} = \frac{1}{2} \Phi_{([\mu\rho][\mu\rho])};\ \partial_\nu \Phi_{(\rho\rho)} = k_0 \Phi_{[\nu\rho]\rho}
\end{aligned}
\tag{6,8}
$$

Le groupe (B) se subdivise en 3, avec de nouveaux tenseurs :

$$
(B_1)\qquad
\begin{aligned}
&\partial_\mu \overset{(1)}{\Phi}_{[\nu\rho]} - \partial_\nu \overset{(1)}{\Phi}_{[\mu\rho]} = k_0 \overset{(1)}{\Phi}_{[\mu\nu]\rho} \\
&\partial_\rho \overset{(1)}{\Phi}_{[\rho\mu]\nu} = k_0 \overset{(1)}{\Phi}_{[\mu\nu]} \left(= \frac{1}{2} \left(\partial_\rho \overset{(1)}{\Phi}_{[\rho\mu]\nu} - \partial_\rho \overset{(1)}{\Phi}_{[\rho\nu]\mu} \right) \right) \\
&\partial_\mu \overset{(1)}{\Phi}_{[\rho\sigma]\nu} - \partial_\nu \overset{(1)}{\Phi}_{[\rho\sigma]\mu} = k_0 \overset{(1)}{\Phi}_{[[\mu\nu][\rho\sigma]]} \\
&\partial_\varepsilon \overset{(1)}{\Phi}_{[[\mu\nu][\rho\sigma]]} = k_0 \overset{(1)}{\Phi}_{[\mu\nu]\rho}
\end{aligned}
\tag{6,9}
$$

Les antisymétries entrainent les identités

$$
\overset{(1)}{\Phi}_{[\nu\mu]\nu} = \overset{(1)}{\Phi}_{[[\mu\nu][\rho\nu]]} = 0
\tag{6,10}
$$

Les équations (B_2) and (B_3) sont identiques :

$$
(B_2, B_3)\qquad
\begin{aligned}
&\partial_\mu \overset{(1)}{\chi}_\nu - \partial_\nu \overset{(1)}{\chi}_\mu = k_0 \overset{(1)}{\chi}_{[\mu\nu]} \\
&\partial_\rho \overset{(1)}{\chi}_{[\rho\nu]} = k_0 \overset{(1)}{\chi}_\nu \\
&\partial_\mu \overset{(1)}{\chi}_\nu = k_0 \overset{(1)}{\chi}_{\rho\nu} \\
&\partial_\rho \overset{(1)}{\chi}_{[\mu\nu]} = k_0 \overset{(1)}{\chi}_{[\mu\nu]\rho}
\end{aligned}
\tag{6,11}
$$

$\overset{(1)}{\chi}_{\rho\nu}$ n'est ni symétrique ni antisymétrique et (6,11) entraîne :

$$
\begin{aligned}
&\overset{(1)}{\chi}_{\rho\rho} = 0;\ \overset{(1)}{\chi}_{\mu\nu} - \overset{(1)}{\chi}_{\nu\mu} = \overset{(1)}{\chi}_{[\mu\nu]} \\
&\overset{(1)}{\chi}_{[\mu\nu]\rho} = -\overset{(1)}{\chi}_\nu;\ \overset{(1)}{\chi}_{[\mu\nu]\rho} + \overset{(1)}{\chi}_{[\nu\rho]\mu} + \overset{(1)}{\chi}_{[\rho\mu]\nu} = 0
\end{aligned}
\tag{6,12}
$$

Enfin, un dernier groupe d'équations:

$$\partial_\mu \varphi_\nu^{(0)} = \partial_\nu \varphi_\mu^{(0)} = k_0 \varphi_{(\mu\nu)}^{(0)}$$

(C) $$\partial_\mu \varphi_\mu^{(0)} = k_0 \partial_\mu \varphi^{(0)} \qquad (6,13)$$

$$\partial_\mu \varphi^{(0)} = k_0 \varphi_\mu^{(0)}$$

(B_1), (B_2), (B_3) sont trois réalisations du spin 1. C'est évident pour (B_2), (B_3) car on peut définir les potentiels et les champs en posant :

$$F_\mu = K\chi_\mu^{(1)};\ F_{[\mu\nu]} = k_0 K \chi_{[\mu\nu]}^{(1)} \qquad (6,14)$$

C'est moins évident pour (B_1). On doit partir de:

$$F_\mu = \frac{K}{6}\varepsilon_{\mu\lambda\nu\rho}\Phi_{[\lambda\nu]\rho}^{(1)};\ F_{[\mu\nu]} = k_0 K \Phi_{[\mu\nu]}^{(1)} \qquad (6,15)$$

($\varepsilon_{\mu\lambda\nu\rho}$: symbole de Levi-Civita) et l'on retrouve Maxwell (avec masse).

Une difficulté de la théorie du graviton.

En comparant (6,13) avec (4,4) or (4,9), **(C) apparaît comme une réalisation du spin 0, mais il y a une difficulté qui a échappé à de Broglie :** à cette époque, on était moins attentif à la parité, et il ne connaissait pas le photon magnétique. Il identifiait (6,13) aux équations (NM) (4,4), en posant $\varphi^{(0)} = I_2$, **MAIS $\varphi^{(0)}$ est scalaire et I_2 pseudoscalaire.** De Broglie disait que (6,13) et (4,4) *« sont entièrement équivalentes, tout au moins si l'on assimile vecteurs et pseudo-vecteurs »*. **Aujourd'hui l'égalité $\varphi^{(0)} = I_2$ est inacceptable**.

On peut suggérer **deux solutions** :

a) On peut conserver l'égalité $\varphi^{(0)} = I_2$ mais à condition que $\varphi^{(0)} = I_2 = 0$. La composante (C) de spin 0 disparaît. Mais il y a une autre composante de spin 0 cachée dans les équations (A), avec un invariant $\Phi^{(0)}$, un vecteur $\Phi_\mu^{(0)}$ et un tenseur $\Phi_{(\mu\nu)}^{(0)}$, définis par des traces :

$$\Phi^{(0)} = \Phi_{(\rho\rho)}^{(0)};\ \Phi_\mu^{(0)} = \Phi_{[\mu\rho]\rho};\ \Phi_{(\mu\nu)}^{(0)} = \Phi_{([\mu\nu][\nu\rho])} - \Phi_{(\mu\nu)} \qquad (6,16)$$

Ces tenseurs obéissent au groupe (C) mais, à nouveau, il faut que $\Phi^{(0)} = I_2$. Or $\Phi^{(0)}$ **est scalaire et I_2 pseudoscalaire. Il faut donc :** $\Phi^{(0)} = I_2 = 0$. Alors $sp\Phi_{(\rho\rho)}^{(0)} = 0$ ce qui donne un graviton de spin exactement 2. La relation de trace est covariante, mais pas $\varphi^{(0)} = I_2 = 0$.

b) <u>L'autre solution [34 Ch. I], à mon avis la bonne</u>, est de renoncer à $\varphi^{(0)} = I_2$ et de poser l'égalité $\varphi^{(0)} = I_1$ qui est covariante parce que I_1 est un invariant vrai. Alors (6,13) **s'identifie au groupe (NM) magnétique** (4,9). Et non plus au groupe (NM) électrique (4,4). Est-ce possible ? On verra que oui.

Revenons à (6,5) : deux particules de spin maximum 1. De Broglie disait prudemment que les potentiels $P_\mu^{(1)} = A_\mu^{(1)} \times I_2^{(2)}$ et $P_\mu^{(2)} = I_2^{(1)} \times A_\mu^{(2)}$ sont de « **type** » **vectoriel**. En fait ils sont **pseudo-vectoriels** (produits d'un vecteur polaire par un pseudoscalaire). $P_\mu^{(1)}$ et $P_\mu^{(2)}$ sont donc de type **magnétique**. Quant à $I_2^{(1)} \times I_2^{(2)}$, c'est le produit de **deux pseudo-scalaires :** c'est un **scalaire vrai,** qu'on peut identifier à I_1.

La réponse à la difficulté est que le photon associé au graviton n'est pas électrique mais magnétique, contrairement à ce qu'on a toujours supposé implicitement en théorie du champ unitaire [34 Ch. I].

Supposons maintenant qu'on ait réuni dans (6,5) deux photons magnétiques au lieu de deux photons électriques et donc qu'on ait réuni des pseudo-potentiels $B_\mu^{(1)}$, $B_\mu^{(2)}$ avec des scalaires $I_1^{(1)}$, $I_1^{(2)}$. La fusion donnera les produits :

$$B_\mu^{(1)}\times B_\mu^{(2)};\ B_\mu^{(1)}\times I_1^{(2)};\ I_1^{(1)}\times B_\mu^{(2)};\ I_1^{(1)}\times I_1^{(2)} \qquad (6,17)$$

On voit que le produit de spin 2 : $B_\mu^{(1)}\times B_\mu^{(2)}$ aura la même symétrie que $A_\mu^{(1)}\times A_\mu^{(2)}$ (car le produit annihile le caractère axial de $B_\mu^{(1)}$ et $B_\mu^{(2)}$). Le produit de spin 0 : $I_1^{(1)}\times I_1^{(2)}$ est un scalaire comme $I_2^{(1)}\times I_2^{(2)}$.

Les produits de spin 1 : $B_\mu^{(1)}\times I_1^{(2)}$; $I_1^{(1)}\times B_\mu^{(2)}$ sont des pseudo-vecteurs, comme $A_\mu^{(1)}\times I_2^{(2)}$; $I_2^{(1)}\times A_\mu^{(2)}$.

Qu'on fusionne des photons électriques ou magnétiques, On associe toujours au graviton un photon magnétique.

Est-ce encore le champ unitaire d'Eintein ? Ce n'est pas sûr, car on ne peut plus parler d'une unification de la gravitation et de l'électromagnétisme au sens où on l'entend habituellement : n'oublions pas que la matière visible est électrique et non pas magnétique ! En fait, **il s'agit d'une autre voie, celle d'un éther magnétique associé à la gravitation. Rappelons qu'on a déjà signalé qu'un éther de monopôles légers est concevable en raison de la symétrie CPT du monopôle [15], [16].**

Les équations de la gravitation.

On prend les équations générales (A) de de Broglie et Tonnelat, avec $\mathrm{sp}\Phi_{(\rho\rho)}^{(0)} ° 0$. Les spins 2 et 0 restent liés. On part de (6,7), (6,8) et de :

$$\Box\Phi=-k_0\Phi \quad \left(\Box=-\partial_\rho\partial_\rho\right) \qquad (6,18)$$

Le tenseur métrique $g_{(\mu\nu)}$ sera pris à l'approximation linéaire :

$$g_{(\mu\nu)}=\delta_{\mu\nu}+h_{(\mu\nu)} \quad \left(\left|h_{(\mu\nu)}\right|<<1\right) \qquad (6,19)$$

La propagation des ondes de gravitation est donnée par :

$$\Box g_{(\mu\nu)}=-2R_{(\mu\nu)} \quad \left(R_{(\mu\nu)}=g^{\rho\sigma}R_{([\mu\rho\mathbf{I}\nu\sigma])}\right) \qquad (6,20)$$

$R_{([\mu\rho\mathbf{I}\nu\sigma])}$ est le tenseur de Riemann-Christoffel ; dans l'espace-temps euclidien, on a $\Box g_{(\mu\nu)}=0$ (en coordonnées « isothermes » $D_2x_\mu=0$: D_2 est le paramètre différentiel du second ordre de Beltrami).

Il semblerait que la métrique puisse se définir par :

$$g_{(\mu\nu)}=\Phi_{(\mu\nu)} \qquad (6,21)$$

mais M.A. Tonnelat a remarqué que, d'après $(9,2,1,1)$, on aurait $\check{Z}_\mu g_{(\mu\nu)}=0$, ce qui est contraire aux coordonnées "isothermes" car :

$$\partial_\mu g_{(\mu\nu)}=\frac{1}{2}\partial_\nu g_{(\rho\rho)} \quad \left(g_{(\rho\rho)}=g_{(\mu\nu)}\gamma^{(\mu\nu)}\right) \quad (\neq 0) \qquad (6,22)$$

Tonnelat propose alors **(ce qui est possible parce que $k_0 ° 0$!) :**

$$g_{(\mu\nu)}=\Phi_{([\mu\rho\mathbf{I}\nu\rho])}=\Phi_{(\mu\nu)}+\frac{1}{k_0^2}\check{Z}_\mu\check{Z}_\nu\Phi_{(\rho\rho)} \qquad 6,23)$$

D'où :

$$\partial_\mu g_{(\mu\nu)}=\partial_\mu \Phi_{([\mu\rho\mathbf{I}\nu\rho])}=\partial_\nu \Phi_{(\rho\rho)} \qquad (6,24)$$

On tire de (6,8), (6,23) and (6,24):

$$g_{(\rho\rho)}=2\Phi_{(\rho\rho)} \rightarrow \partial_\mu g_{(\mu\nu)}=\frac{1}{2}\partial_\nu g_{(\rho\rho)} \qquad (6,25)$$

en accord avec (6,22).

$$\Box g_{(\mu\nu)}=-k_0^2 g_{(\mu\nu)} \qquad (6,26)$$

En identifiant (6,26) et (6,20), on trouve :

$$R_{(\mu\nu)}=\frac{k_0^2}{2}g_{(\mu\nu)} \qquad (6,27)$$

On tire le tenseur de Riemann-Christoffel de (6,23), (6,7) (6,8) :

$$\Phi_{([\mu\rho\mathbf{I}\nu\rho])}\simeq\frac{2}{k_0^2}R_{([\mu\rho\mathbf{I}\nu\rho])} \qquad (6,28)$$

Cette formule suppose que $\mu_0 \neq 0$, et elle impose une courbure de l'univers.

$\frac{k_0^2}{2}$ n'est autre que la **constante cosmologique**, définie par :

$$R_{(\mu\nu)}=\lambda g_{(\mu\nu)} \qquad (6,29)$$

λ est relié à la "courbure naturelle" de l'espace-temps. S'il est euclidien, $\lambda=0$; mais dans un espace de de Sitter de rayon R , $\lambda=\frac{3}{R^2}$. D'où

$$\lambda=\frac{k_0^2}{2}=\frac{\mu_0^2c^2}{2h^2} \qquad (6,30)$$

La masse du graviton est reliée à la courbure de l'univers : $\mu_0=\frac{h\sqrt{6}}{Rc}$; si $R\cong10^{26}$cm, on a $\mu_0=10^{-66}$g. **C'est la masse du photon prévue par d'autres considérations.**

Enfin le spin 0 : Il ne peut être éliminé que si $\Phi^{(0)}=0$ **ou** $\mu_0=0$. **Dans les deux cas, on perd le caractère unitaire de la théorie, ce qui est inacceptable.**

7) Quelques questions théoriques.

a) Question souvent posée : « **A quoi sert le champ unitaired'Einstein** » alors qu'on connaît des centaines d'autres particules ?

On peut donner la réponse suivante: le graviton et le photon sont les deux particules légères liées par des propriétés de spin qui apparaissent par la méthode de fusion dans un seul système d'équations. Elles se distinguent de toutes les autres. On observera que ce sont des considérations quantiques liées aux ondes, au spin et à la symétrie qui apportent ici les idées nouvelles.

c) Le problème de la masse du photon.

Ré ponse générale : La cohérence interne et différents aspects de la théorie de de Broglie imposent la masse du photon. Tout change selon que μ_0=0 ou μ_0≠0, même petit. Aucun argument expérimental n'impose **ni ne peut imposer** une masse nulle (voir plus loin la *stabilité de structure*). Les seuls arguments expérimentalement valables sont ceux qui imposent une masse très petite. Certes, on ne connaît encore que des bornes supérieures ou des estimations de la masse du photon, mais on observera qu'il en a été ainsi pendant des siècles pour la vitesse de la lumière : les mesures très grandes ou très petites sont difficiles à atteindre.

Quelques conséquences de la masse non nulle :

- **L'invariance de jauge** disparaît et la jauge de Lorentz s'impose automatiquement, ce qui n'est pas étonnant car c'est la seule relation différentielle linéaire du premier ordre invariante relativiste. Comme μ_0 est petit, la symétrie de jauge demeure, dans la pratique, avec une erreur négligeable. Il n'en demeure pas moins que le caractère « fondamental » de la jauge de Lorentz est une importante indication.

- **Les potentiels** peuvent se déduire des champs (k_0° 0), donc de phénomènes observables. Ce sont des champs physiques comme les autres (d'où la perte de l'invariance de jauge).

- **La masse du neutrino.** Dès 1934, de Broglie admettait que les particules qui participent à la fusion sont des neutrinos. Donc le neutrino doit avoir une masse, ce qui est aujourd'hui admis, mais la masse du photon et du graviton doit être réduite par effet relativiste, en raison de la stabilité de ces particules.

- **La dispersion du vide.** Comme μ_0° 0, la vitesse de phase est supérieure à c, la vitesse de groupe est inférieure à c et le vide est dispersif. Mais, cette dispersion est en dehors des techniques actuelles, ainsi que les autres différences avec l'électromagnétisme classique si l'on admet, comme on le fait actuellement, que $\mu_0=10^{-66}$g. La loi de Coulomb en 1/r doit être remplacée par un potentiel de Yukawa $\frac{e^{-k_0 r}}{r}$. Mais avec cette limite de masse, on a une longueur d'onde de Compton $\lambda > 10^{12}$cm=10^7km et la différence expérimentale est négligeable.

- **La relativité.** La lumière ne va plus à la vitesse de la lumière ! Mais avec la limite de la masse, la différence n'est pas actuellement perceptible.

- **Le rayonnement du corps noir.** Le nombre d'ondes stationnaires par unité de volume est $dn_\nu = \frac{4\pi\nu^2}{c^3}d\nu$. On doit multiplier ce nombre par 2 à cause de la polarisation de la lumière, ce qui donne le facteur 8 de la loi de Planck. La masse du photon entraine une composante longitudinale. D'où, en principe, un facteur 12. Mais la petitesse de la composante longitudinale rend sa contribution négligeable en raison du temps très long de mise à l'équilibre (argument développé séparément par de Broglie et par Schrödinger).

- **La brisure de symétrie :** C'est cette notion qui résume l'essentiel des propriétés entrainées par la masse du photon. Rappelons ces mots de Pierre Curie :
  « … certains éléments de symétrie peuvent coexister avec certains phénomènes, mais ils ne sont pas nécessaires. Ce qui est nécessaire, c'est que certains éléments de symétrie n'existent pas. *C'est la dissymétrie qui crée le phénomène. »*
  C'est patent pour la structure de l'électromagnétisme. Si la masse du photon est nulle, certaines relations deviennent impossibles et d'autres sont laissées à l'arbitraire du choix du physicien. Il n'est que de voir ce que deviennent les équations (4,3), (4,4), (4,8), (4,9) si k_0=0 : certaines d'entre elles disparaissent et d'autres se morcèlent en relations indépendantes les unes des autres. Tout reprend sa structure si k_0≠0. Certes, on peut contester cette structure ou en nier l'intérêt mais on ne peut contester qu'elle soulève des questions : il n'y a pas de science sans risque.

- **La stabilité de structure** : En raison des erreurs d'observation, l'expérience ne peut pas prouver une propriété algébrique exacte ou une loi de symétrie. La masse nulle du photon et l'invariance de jauge ne peuvent pas être des faits d'expérience : on peut seulement prouver qu'une masse est petite ou qu'une variance est faible et les associer à des nombres éventuellement précis mais approximatifs comme toute grandeur physique.

La stabilité de structure est une propriété fondamentale d'une théorie, c'est l'un de ses critères de vérité, avec la vérification expérimentale et la cohérence logique : cette stabilié signifie que la théorie reste expérimentalement valable quand un paramètre varie peu ou qu'on s'écarte légèrement d'une certaine propriété algébrique exacte ou d'une loi de symétrie. Affirmer qu'une masse est petite est un résultat structurellement stable. Mais ce n'est pas le cas pour une théorie qui exige qu'une masse soit nulle.
Une théorie du photon fondée sur la théorie de Maxwell n'est pas structurellement stable car elle suppose une masse nulle. Au contraire, la théorie du photon de de Broglie est structurellement stable car elle admet une approximation sur la masse.

Poincaré disait : « *Les bonnes théories sont souples. Celles qui ont une forme rigide et qui ne peuvent la dépouiller sans s'effondrer ont vraiment trop peu de vitalité. »* [36]

Bibliographie:

[1] L. de Broglie, *Rayonnement noir et quanta de lumière*, J. de Physique, Série VI, T. III, p. 422-428, 1922
[2] L. de Broglie, (These) *Recherches sur la theorie des quanta*, Paris, 1924; Ann. de Physique, 10-série, III, p.22-128, 1925;
[3] M. Planck, *The theory of heat radiation*, Dover, N.Y.
[4] L. de Broglie, *L'électron magnétique*, Hermann, Paris, 1934.
[5] L. de Broglie, C. R. Acad. Sci., **195**, p. 536-537, 862-864, 1932; **197**, p. 1377-1380, 1933.
[6] L. de Broglie, *Une nouvelle conception de la lumière*, Hermann (Exposés de physique théorique), Paris, 1934.
[7] L. de Broglie, C. R. Acad. Sci., 198, p. 135-138, 1934.
[8] L. de Broglie, *L'équation d'onde du photon,* C. R. Acad. Sci., **199**, p. 445-448, 1934.
[9] L. de Broglie, *Nouvelles recherches sur la lumière*, Hermann (Exposés de physique théorique), Paris, 1936.
[10] L. de Broglie, *Une nouvelle theorie de la lumière, la mécanique ondulatoire du photon (Tome I: La lumière dans le vide)*, Hermann, Paris, 1940; (Tome II: *L'interaction entre les photrons et la matière*), Hermann, Paris, 1942.
[11] L. de Broglie, *Théorie générale des particules à spin*, Gauthier-Villars, Paris, 1943.
[12] L. de Broglie, *Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs*, Gauthier-Villars, Paris, 1949; 2ème édition 1957.
[13] W. Pauli, *Annales de l'Institut Henri Poincaré,* **16**, p. 109-136, 1936.
[14] G. Lochak, *Ann. Fond. L. de Broglie*, **20,** p. 111-114, 1995.
[15] G. Lochak, *Int. J. of Th. phys.*, **24**, 1019, 1985.
[16] G. Lochak, *in: Advanced Electromagnetism*, Ed. T.W. Barrett and D.M. Grimes, World Scientific, Singapore, p. 105-147, 1995.
[17] N. Cabibbo and G. Ferrari, *Nuovo Cimento*, **23**, 1147, 1962.
[18] O. Costa de Beauregard, *Thèse*, Paris, 1943.
[19] M.A. Tonnelat, C. R. Acad. Sci., **206**, p. 1180, 1938.
[20] L. de Broglie, *Optique ondulatoire et corpusculaire, Hermann,* 1950.
[21] O. Costa de Beauregard,*in: Adv. Electromagnetism*, Ed. T.W. Barrett and D.M. Grimes, World Scientific, Singapore, p. 105-147, 1995.
[22] O. Costa de Beauregard, *Phys. Essays*, **10**, N°3, 492, N°4, 646, 1997.
[23] Bass, E. Schrödinger, *Proc. Ray. Soc.* , A, **232**, N 1182, 1, 1955.
[24] M. Fierz, *Helvetica Acta,* **12**, p. 3, 1939.
[25] M. Fierz and W. Pauli, *Helvetica Acta,* **12**, p. 297, 1939.
[26] M. Fierz and W. Pauli, *Proc. Roy. Soc.,* **A 173**, p. 211, 1939.
[27] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc.,* **A 155**, p. 447, 1936.
[28] A. Einstein, *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss.*, **1**, p. 688-696, 1916.
[29] A. Einstein, *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss.*, 1, p. 154-167, 1918.
[30] M. von Laue, *Die Relativitätstheorie*, Vieweg, **I**, **II**, Braunschweig, 2. Auflage 1922. French transl.: *La théorie de la relativité*, Gauthier-Villars, Paris, **I**, 1922; **II**, 1924.
[31] C. Møller, *The theory of relativity*, 2nd ed., Clarendon Press, 1972.

[32] M.-A. Tonnelat, *Une nouvelle forme de théorie unitaire: étude de la particule de spin 2,* Masson Paris, 1942 (*Annales de Physique, **17,** p.158-208, 1942).*
[33] G. Lochak, *Sur la présence d'un second photon dans la théorie de la lumière de Louis de Broglie*, Ann. Fond. L. de Broglie, **20** (1995) 111-114.
[34] Th. Borne, G. Lochak, H. Stumpf, *Non perturbative Field Theory and The structure of Matter* Kluwer, Dordrecht, 2001.
[35] P. Curie, *Sur la symétrie dans les systèmes physiques*, Journal de Physique, 3° série, **t. III**, 1894, p. 393 ; réédité dans : Ann. Fond. L. de Broglie, **19**, 1994, 137-157.
[36] H. Poincaré, *La théorie de Lorentz et le principe de réaction,* Archives nérlandaises des Sqciences exactes et naturelles, 2° série, t.5, p. 252-278, 1900.