МАТЕМАТИЧЕСКАЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Л.И. УРУЦКОЕВ, *доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой*
Д.В. ФИЛИППОВ, *доктор физ.-мат. наук, вед. научн. сотрудник*
МГУП им. И. Федорова
Москва, Российская Федерация
E-mail: urleon@yandex.ru

ЛОКАЛЬНАЯ КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ УРАВНЕНИЯ ДИРАКА НА ОСНОВЕ ПАУЛИЕВСКОЙ СИММЕТРИИ

Рассмотрены гипотетические поля, возникающие как калибровочные компенсирующие поля локальной паулиевской симметрии. Показано, что безмассовое уравнение Дирака инвариантно относительно группы глобальных преобразований, приводящей к сохранению псевдоскалярного и изовекторного зарядов. Соответствующие локальные калибровочные инвариантности приводят к уравнению с гипотетическими взаимодействиями. Если эти взаимодействия существуют, то они могут приводить к изменению вероятности ядерных распадов, имеющих малые граничные энергии и протекающих за счет слабых взаимодействий. Рассмотренные локальные калибровочные преобразования являются обобщением известных нейтринных калибровочных преобразований Тушека–Салама, которые лежат в основе построения теории магнитно-возбужденного состояния нейтрино (безмассового магнитного монополя) Ж. Лошака. В теории Ж. Лошака электрический заряд является скалярной величиной, а магнитный заряд – оператором (матрицей). В настоящей работе построена обобщенная теория, в которой и электрический и магнитный заряды являются различными компонентами более общего изотопического «заряда».

Ключевые слова: калибровочная инвариатность, уравнение Дирака, Паули-симметрия, вероятности ядерных распадов, низкие энергии.

L.I. URUTSKOEV, *Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, the Head of the Department of Physics*
D.V. FILIPPOV, *Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Leading Researcher*
Moscow State University of Printing Arts
Moscow, Russian Federation
E-mail: urleon@yandex.ru

LOCAL GAUGE INVARIANCE OF THE DIRAC EQUATION BASED ON THE PAULI SYMMETRY

Hypothetical field appearing as a compensating gauge field of local Pauli symmetryisconsidered. It is shown, that the Dirac equation for zeromass particle is invariant underglobal change, leading to the conservation of the pseudoscalar and isovector charges. Consequently local gauge invariance leads to an equation with hypothetical interactions. If these interactions exist, they can lead to a change in the probability of nuclear decays with small boundary energy and occurring due to weak interactioms. The local gauge transformations considered in this paper, are generalizations of the well-known Touschek-Salaam's neutrino gauge transformations forming the basis for the theory of magnetic excited state neutrinos created by G. Loshak (the theory of massless magnetic monopole), in which an electric charge is a scalar value and a magnetic charge is its operator (matrix). This paper presents a generalized theory where both the electric and magnetic charges are various components of a generalized isotopic "charge".

Key words: gauge invariance, Dirac equation, Pauli symmetry, probability of nuclear decays, low energy.

Введение

В настоящее время активно обсуждаются вопросы о возможном поиске явлений, выходящих за рамки Стандартной модели. При этом основные ожидания связывают с экспериментами по столкновению пучков частиц высоких энергий. С другой стороны, если рассмотренные в настоящей работе гипотетические взаимодействия реализуются в природе, то они могут приводить к изменению вероятности ядерных распадов малых граничных энергий, протекающих за счет слабых взаимодействий. Следовательно, поиск новых физических явлений, выходящих за рамки Стандартной, модели имеет смысл проводить не только в области больших энергий, но и с помощью прецизионных экспериментов по выявлению нарушений периодов распадов с малыми граничными энергиями.

В классической теории калибровочных полей компенсирующие поля возникают для обеспечения инвариантности лагранжиана по отношению к выбранным локальным калибровочным преобразованиям [1]. Электромагнитное поле возникает как компенсирующее поле однопараметрической унитарной группы локальных преобразований:

$$\psi \to \exp\left[i\theta(x)\right]\cdot\psi . \qquad (1)$$

Электромагнитное поле строится для любых типов полей ψ – скалярного или спинорного.

Поля Янга–Милса [2] – компенсирующие поля неабелевой (некоммутативной) трехпараметрической группы $SU(2)$ калибровочных преобразований (унитарные матрицы 2×2 с единичным детерминантом). Эти поля используются для построения полевой теории сильных взаимодействий над полем двухкомпонентных волновых функций ψ:

$$\psi \to \omega(x)\psi \equiv \exp\left[i\theta_k(x)\mathrm{T}^k\right]\psi,\ k = 1, 2, 3, \qquad (2)$$

где T^k – генераторы группы: эрмитовы операторы, заданные в представлении, которому принадлежит поле ψ (то есть T^k – операторы, действующие на ψ). Унитарность $\omega^+ = \omega^{-1}$ выполняется при действительных параметрах θ_k:

$$\omega^+ = \left(\exp\left[i\theta_k\mathrm{T}^k\right]\right)^+ = \exp\left(-i\theta_k^*\left(\mathrm{T}^k\right)^+\right) = \\ = \exp\left(-i\theta_k\mathrm{T}^k\right) = \omega^{-1}. \qquad (3)$$

В дальнейшем калибровочные преобразования (2) были обобщены на группы более высокой симметрии для скалярных полей $k = 1, 2, \ldots, n$ (см. [3]), которые используются для построения теорий, объединяющих различные взаимодействия.

Утияма [4] построил обобщение калибровочных полей Янга–Миллса (2). В качестве частного случая рассмотрены калибровочные поля, взаимодействующие со спинорным полем ψ. При этом важное ограничение состоит в том, что при калибровочном преобразовании изменения спинора ψ и сопряженного спинора $\overline{\psi} = \psi^+\gamma^0$ связаны условием:

$$\delta\psi = i\theta_k\mathrm{T}^k\psi,\quad \delta\overline{\psi} = -i\theta_k\overline{\psi}\mathrm{T}^k. \qquad (4)$$

Это возможно только в том случае, когда генераторы группы T^k коммутируют с матрицей γ^0.

К другому классу калибровочных преобразований относится нейтринная калибровка Тушека–Салама [5…10]:

$$\psi \to \exp\left[ig\theta_5(x)\gamma^5\right]\psi, \qquad (5)$$

где θ_5 – псевдофаза. Хотя, на первый взгляд эта калибровка аналогична (2), но требование (4) не выполняется, так как генератор группы γ^5 антикоммутирует с γ^0. Если $\theta_5 = \mathrm{const}$, то получаемая глобальная калибровка является частным случаем паулиевской симметрии безмассовых фермионных полей [1, 11, 12]:

$$\psi \to \exp\left[i\theta_5\gamma^5\right]\cdot\left(a\psi + b\gamma^5\gamma^0\gamma^2\overline{\psi}^T\right), |a|^2 + |b|^2 = 1. \quad (6)$$

2. Калибровочные компенсирующие поля локальной паулиевской симметрии

Рассмотрим гипотетические поля, возникающие как калибровочные компенсирующие поля локальной паулиевской симметрии.

Аналогично [13] запишем глобальное преобразование паулиевской симметрии для безмассовых частиц (6) в виде ($a = e^{i\varphi}\cos\Theta$, $b = e^{i\varphi+i\Phi}\sin\Theta$):

$$\psi \to \exp\left(i\theta_5\gamma^5 + i\varphi\right)\left(\cos\Theta\cdot\psi + \sin\Theta\cdot e^{i\Phi}\gamma^5\psi^C\right), \qquad (7)$$

где θ_5 – как и в (6) – псевдофаза,

$$\psi^C = -\eta\gamma^2\psi^* = \eta\gamma^0\gamma^2\overline{\psi}^T \qquad (8)$$

– зарядовое сопряжение, $|\eta|=1$ – фазовый множитель, зависящий от типа частиц [13]. Из сопряженного уравнения Дирака

$$\partial_\mu\overline{\psi}\gamma^\mu = 0, \left(\gamma^0\partial_0 - \gamma^1\partial_1 + \gamma^2\partial_2 - \gamma^3\partial_3\right)\overline{\psi}^T = 0, \qquad (9)$$

для ψ^C получаем:

$$\gamma^\mu\partial_\mu\left(\gamma^1\gamma^3\overline{\psi}^T\right) = \gamma^\mu\partial_\mu\left(\gamma^5\psi^C\right) = 0. \qquad (10)$$

Из (7) для зарядово-сопряженной функции получаем:

$$\gamma^5\psi^C \to \exp\left(i\theta_5\gamma^5 - i\varphi\right)\left(\cos\Theta\cdot\gamma^5\psi^C - \sin\Theta\cdot e^{-i\Phi}\psi\right). (11)$$

Воспользуемся восьмикомпонентной изотопической функцией [13]

$$\mathbf{\Psi} \equiv \begin{pmatrix}\psi\\ \gamma^5\psi^C\end{pmatrix},\quad \mathbf{\Gamma}^\mu\partial_\mu\mathbf{\Psi} = 0, \qquad (12)$$

где

$$\mathbf{\Gamma}^\mu = \begin{pmatrix}\gamma^\mu & 0\\ 0 & \gamma^\mu\end{pmatrix}.$$

Фактически (12) содержит два уравнения для двух изотопических компонент. Плотность лагранжиана этого уравнения равна

$$L_{\mathrm{D}} = \frac{i}{4}\left(\bar{\mathbf{\Psi}}\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^{\mu}\partial_{\mu}\mathbf{\Psi} - \left(\partial_{\mu}\bar{\mathbf{\Psi}}\right)\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^{\mu}\mathbf{\Psi}\right) \tag{13}$$

где $\bar{\mathbf{\Psi}} \equiv \mathbf{\Psi}^{+}\mathbf{\Gamma}^{0}$; $\mathbf{U}$ – единичная матрица, или любая унитарная эрмитовая изотопическая матрица блочного вида:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \pm\sqrt{1-|u|^2}\cdot I^{4\times4} & uI^{4\times4} \\ u^{*}I^{4\times4} & \mp\sqrt{1-|u|^2}\cdot I^{4\times4} \end{pmatrix},$$

u – любое комплексное число. Матрица $\mathbf{U}$ коммутирует со всеми $\mathbf{\Gamma}^{\mu}$. В [13] рассмотрен частный случай, когда в качестве матрицы $\mathbf{U}$ выбрана единичная матрица, такой выбор, как мы увидим в дальнейшем, существенно сужает группу калибровочных преобразований.

Второй член уравнения (13) является эрмитово-сопряженным первому:

$$\begin{aligned}&\left(i\mathbf{\Psi}^{+}\mathbf{\Gamma}^{0}\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^{\mu}\partial_{\mu}\mathbf{\Psi}\right)^{+} = -i\partial_{\mu}\mathbf{\Psi}^{+}\mathbf{U}^{+}\mathbf{\Gamma}^{\mu+}\mathbf{\Gamma}^{0}\mathbf{\Psi} = \\ &= -i\partial_{\mu}\mathbf{\Psi}^{+}\mathbf{\Gamma}^{0}\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^{\mu}\mathbf{\Psi}.\end{aligned} \tag{14}$$

Паулиевское калибровочное преобразование (7) записывается в виде:

$$\mathbf{\Psi} \to \exp\left(i\theta_5\gamma^5 + i\varphi\mathbf{S}^3 + i\Theta\sin\Phi\cdot\mathbf{S}^1 + i\Theta\cos\Phi\cdot\mathbf{S}^2\right)\mathbf{\Psi}, \tag{15}$$

где $\mathbf{S}$ – матрицы, аналогичные матрицам Паули, но заданные в изотопическом пространстве:

$$\mathbf{S}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad \mathbf{S}^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\quad \mathbf{S}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Комбинация

$$\begin{aligned}&\mathbf{U}_{\Phi} \equiv \mathbf{S}^1\sin\Phi + \mathbf{S}^2\cos\Phi = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -i\exp(i\Phi) \\ i\exp(-i\Phi) & 0 \end{pmatrix}\end{aligned} \tag{17}$$

является унитарной эрмитовой матрицей $\mathbf{U}_{\Phi}^{+} = \mathbf{U}_{\Phi}$, $\left(\mathbf{U}_{\Phi}\right)^2 = 1$.

Частным случаем предложенного преобразования при $\Theta = 0$ является хорошо известная калибровка Тушека–Салама.

Далее определим

$$\theta_1 \equiv \Theta\sin\Phi,\quad \theta_2 \equiv \Theta\cos\Phi,\quad \theta_3 \equiv \varphi. \tag{18}$$

Тогда паулиевское преобразование (15) записывается в виде

$$\mathbf{\Psi} \to \exp\left(i\theta_k\mathbf{S}^k\right)\mathbf{\Psi},\quad k=1,2,3,5, \tag{19}$$

где $\mathbf{S}^5 = \mathbf{\Gamma}^5$. Указанная глобальная 4-х параметрическая группа $U(1)\times SU(2)$ согласно теореме Нетер связана с сохранением четырех интегралов (и любых их линейных комбинаций):

$$J^{(k)\mu} = \frac{\delta L}{\delta\left(\partial_{\mu}\mathbf{\Psi}\right)}i\mathbf{S}^k\mathbf{\Psi},\quad \partial_{\mu}J^{(k)\mu} = 0. \tag{20}$$

Подстановка лагранжиана (13) дает

$$J^{(k)\mu} = \frac{1}{2}\bar{\mathbf{\Psi}}\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^{\mu}\mathbf{S}^k\mathbf{\Psi}. \tag{21}$$

Так как указанная калибровка включает скалярную и псевдоскалярную симметрию, то из токов (21) можно построить скалярный и псевдоскалярный токи, а также дополнительно сохраняющиеся токи:

$$\begin{aligned}&J_C^{\mu} = \bar{\psi}\gamma^{\mu}\gamma^5\psi^C,\quad J_{C+}^{\mu} = \psi^{C+}\gamma^0\gamma^{\mu}\gamma^5\psi, \\ &\partial_{\mu}J_C^{\mu} = 0,\quad \partial_{\mu}J_{C+}^{\mu} = 0.\end{aligned} \tag{22}$$

Далее предположим, что указанная калибровка удовлетворяется локально. Тогда для выполнения уравнения (12) необходимо ввести компенсирующее калибровочное поле $A_{(k)\mu}$ по стандартной схеме [1, 14, 15]:

$$i\partial_{\mu} \to i\partial_{\mu} - G^k A_{(k)\mu},\quad \Gamma^{\mu}\left(\partial_{\mu} + iG^k A_{(k)\mu}\right)\Psi = 0, \tag{23}$$

которое при локальном калибровочном преобразовании

$$\mathbf{\Psi} \to \exp\left(i\theta_k(x)\mathbf{G}^k\right)\mathbf{\Psi} \tag{24}$$

меняется по закону:

$$A_{(k)\mu} \to A_{(k)\mu} - \partial_{\mu}\theta_k, \tag{25}$$

($\mathbf{G}^k = \mathbf{S}^k g^k$ – изотопический «заряд»). Структура заряда $\mathbf{G}^3$ соответствует электрическому, $\mathbf{G}^5$ – псевдоскалярному.

Аналогично классическому электромагнитному полю и полю Янга–Милса [2], для описания поля $A_{(k)\mu}$ воспользуемся инвариантным по отношению к преобразованиям (25) тензором

$$F_{(k)\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{(k)\nu} - \partial_{\nu}A_{(k)\mu}. \tag{26}$$

Рассмотрим простейший случай невзаимодействующих полей. Лагранжиан уравнения (23) с учетом минимального лагранжиана для калибровочного поля (простейшего, инвариантного по отношению к преобразованиям Лоренца и изотопическим преобразованиям, равен:

$$\begin{aligned}&L = -\frac{1}{16\pi}F_{(k)}^{\mu\nu}F_{(k)\mu\nu} + \frac{i}{4}\left(\bar{\mathbf{\Psi}}\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^{\mu}\partial_{\mu}\mathbf{\Psi} - \left(\partial_{\mu}\bar{\mathbf{\Psi}}\right)\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^{\mu}\mathbf{\Psi}\right) - \\ &-\frac{1}{2}\bar{\mathbf{\Psi}}\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^{\mu}\mathbf{G}^k\mathbf{\Psi}A_{(k)\mu}.\end{aligned} \tag{27}$$

Варьирование данного лагранжиана по $\bar{\Psi}$ приводит к уравнению Дирака (23), а варьирование по потенциалу поля $A_{(k)\mu}$ приводит к уравнениям для поля:

$$\partial_{\nu}F_{(k)}^{\mu\nu} = -2\pi\cdot\bar{\mathbf{\Psi}}\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^{\mu}\mathbf{G}^k\mathbf{\Psi}. \tag{28}$$

3. Возможное влияние на позитронный распад

В качестве примера использования рассмотренных калибровочных полей рассмотрим следующую простейшую модельную задачу.

Предположим, что в рассмотренном взаимодействии участвуют только нейтрино. Рассмотрим модельную стационарную задачу с нейтрино одного (электронного) флейвора и левой спиральности $\gamma^5\psi = \psi$. Предположим, что пространство вокруг исследуемого β^+-активного ядра заполнено нейтринным фоном (например, от близкой звезды). В этом случае β^+-распад исследуемого ядра происходит в потенциале $A(x)$ таком, что из (28) (калибровка $\partial_\mu A^\mu = 0$):

$$\partial_\nu F^{0\nu}_{(k)} = -\partial_\nu \partial^\nu A^0_{(k)} = \Delta A^0 = \Delta A_0 = \\ = -2\pi \cdot \bar{\mathbf{\Psi}}\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}^0\mathbf{G}^k\mathbf{\Psi} = -2\pi \cdot \mathbf{\Psi}^+\mathbf{U}\mathbf{G}^k\mathbf{\Psi}. \quad (29)$$

Будем считать, что рассматриваемое взаимодействие мало. Пусть

$\Delta A_0 = -4\pi \cdot g f_0$,

где g – заряд нейтрино в рассматриваемом взаимодействии, f_0 – плотность фонового распределения. Например, для $k = 5$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$f_0 = \frac{1}{2}\mathbf{\Psi}^+\mathbf{U}\mathbf{G}^5\mathbf{\Psi} = \frac{1}{2}\left(\psi^+, \eta^*\psi^T\gamma^2\gamma^5\right)\begin{pmatrix} \gamma^5\psi \\ \eta\gamma^2\psi^* \end{pmatrix} = \\ = \frac{1}{2}\left(\psi^+\gamma^5\psi + \psi^T\gamma^5\psi^*\right) = \psi^+\psi\ .$$

Решение уравнения (23) будем искать в виде поправки к решению для свободной левой частицы:

$$\psi = \frac{1}{2}\exp\left(ipt - i\mathbf{pr}\right)u(x)\begin{pmatrix} 1 \\ \exp(-i\chi) \\ -1 \\ -\exp(-i\chi) \end{pmatrix}, \quad (30)$$

$$p^2 = \mathbf{p}^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2, \qquad \mathrm{tg}(\chi) = \frac{p_1}{p_2}.$$

С нормировкой как у плоских волн $\int \psi^+_{\vec{p}}\psi_{\vec{p}'} d^3r = (2\pi)^3\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}')$. Из (23) получаем:

$$\left(\partial_0 + igA_0(x) - e^{-i\chi}\partial_1 + ie^{-i\chi}\partial_2 - \partial_3\right)u(x) = 0, \\ igA_0(x)u(x) = e^{-i\chi}\delta u'_x(x). \quad (31)$$

Для решения задачи необходимо определить граничные условия. Примем следующую модель: потенциал A задан в достаточно большой области размера L, но взаимодействие столь слабо, что $g^2 f_0 L^3 << 1$. Считаем, что на границе области влияние на искомую функцию отсутствует и $u(L) = 1$, $A(L) = 0$. В этих предположениях:

$$\ln\frac{u(0)}{u(L)} = -ie^{i\chi}g\int_0^L A_0(x)\,dx \sim \\ \sim -\frac{4\pi}{3}ie^{i\chi}g^2L^3f_0 \sim \delta u(0). \quad (32)$$

Таким образом, изменение плотности незанятых состояний нейтрино на ядре в первом порядке составляет

$$\delta\rho(0) = u^*\delta u + u\delta u^* \sim \frac{8\pi}{3}\sin(\chi)g^2L^3f_0. \quad (33)$$

Усреднение этого выражения по всем направлениям волнового вектора $\mathbf{p}$ (по углам χ) дает ноль. Во втором порядке получаем ненулевой результат:

$$\delta^2\rho(0) = \delta u^*\delta u \sim \frac{16\pi^2}{9}\left(g^2L^3f_0\right)^2 > 0. \quad (34)$$

Это, соответственно, приводит к увеличению вероятности β^+-распада λ. В рамках предложенного подхода константы гипотетических взаимодействия и величины изотопических зарядов теоретически не определяются.

4. Выводы

Безмассовое уравнение Дирака инвариантно относительно группы глобальных преобразований, приводящей к сохранению псевдоскалярного и изовекторного зарядов.

Соответствующие локальные калибровочные инвариантности приводят к уравнению с гипотетическими взаимодействиями.

Если эти взаимодействия существуют, то они могут приводить к изменению вероятности ядерных распадов, имеющих малые граничные энергии и протекающих за счет слабых взаимодействий.

В заключение авторы выражает глубокую благодарность Рухадзе А. А. за плодотворные обсуждения и поддержку работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коноплева Н.П., Попов В.Н. *Калибровочные поля.* М.: Атомиздат, 1980.
2. Yang C.N., Mills R.L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance // Phys. Rev. 1954. Vol. 96. № 1. С. 191…195; Янг Ч. Миллс Р. *Сохранение изотопического спина и изотопическая калибровочная инвариантность.* Сб. Элементарные частицы и компенсирующие поля / Под ред. Д. Иваненко. М.: Мир, 1964. С. 28…38.
3. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. *Калибровочные поля.* М.: Издат. МГУ, 1986.
4. Utiyama R. Invariant Theoretical Interpretation of Interaction // Phys. Rev. 1956. Vol. 101. № 5. С. 1597…1607; Утияма Р. *Инвариантная теория*

взаимодействия. Сб. Элементарные частицы и компенсирующие поля / Под ред. Д. Иваненко. М.: Мир, 1964. С. 250...273.
5. Touschek B.F. Parity Conservation and the Mass of the Neutrino // Nuovo Cimento. 1957. Vol. 5. P. 754…755.
6. Touschek B.F. The Mass of the Neutrino and the Non-Conservation of Parity // Nuovo Cimento. 1957. Vol. 5. P. 1281…1291.
7. Radicati L.A., Touschek B.F. On the Equivalence Theorem for the Massless Neutrino // Nuovo Cimento 1957. Vol. 5. P. 1693…1699.
8. Jakobi G., Lochak G. Introduction des relativists de Cayley-Klein dans la representation hydrodynamique de l'equation de Dirac // Comptes rendus. 1956. Vol. 243. P. 234...237.
9. Jakobi G., Lochak G. Decomposition en parametres de Clebsch de l'impulsion de Dirac et intepretation physique e l'invariance de jauge des equation de la Mecanique ondulatoire // Comptes rendus. 1956. Vol. 243. P. 357...360.
10. Мэтьюс П. *Релятивистская квантовая теория взаимодействия элементарных частиц*. М.: Изд-во Ин. Лит., 1959.
11. Pauli W. On the Conservation of the Lepton Charge // Nuovo Cimento. 1957. Vol. 6. P. 204…215.
12. Нишиджима К. *Фундаментальные частицы*. М.: Мир, 1965.
13. Гапонов Ю. В. Описание майорановских свойств нейтральных частиц в рамках паулиевской симметрии // *ЯФ*. 2006. Vol. 69. № 4. С. 683…702.
14. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. *Квантовые поля.* М.: Физматлит, 2005.
15. Рубаков В.А. *Классические калибровочные поля*. М.: УРСС, 1999.

REFERENCES

1. Konopleva N.P., Popov V.N. *Kalibrovochnye polya* [Gage Fuield]. M.: Atomizdat [Moscow: Publishing house «Atomizdat»], 1980.
2. Yang C.N., Mills R.L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. Phys. Rev. 1954. Vol. 96. № 1. PP. 191…195.
3. Sokolov A.A., Ternov I.M., Zhukovskiy V.Ch., Bori-sov A.V. *Kalibrovochnye polya* [Gage Fuield]. M.: Izdat. MGU [Moscow: Publishing house «MGU»], 1986.
4. Utiyama R. Invariant Theoretical Interpretation of Interaction. Phys. Rev. 1956. Vol. 101. № 5. PP. 1597…1607.
5. Touschek B.F. Parity Conservation and the Mass of the Neutrino. Nuovo Cimento. 1957. Vol. 5. P. 754…755.
6. Touschek B.F. The Mass of the Neutrino and the Non-Conservation of Parity. Nuovo Cimento. 1957. Vol. 5. PP. 1281…1291.
7. Radicati L.A., Touschek B.F. On the Equivalence Theorem for the Massless Neutrino. Nuovo Cimento 1957. Vol. 5. PP. 1693…1699.
8. Jakobi G., Lochak G. Introduction des relativists de Cayley-Klein dans la representation hydrodynamique de l'equation de Dirac. Comptes rendus. 1956. Vol. 243. PP. 234...237.
9. Jakobi G., Lochak G. Decomposition en parametres de Clebsch de l'impulsion de Dirac et intepretation physique e l'invariance de jauge des equation de la Mecanique ondulatoire. Comptes rendus. 1956. Vol. 243. PP. 357...360.
10. Matthews P.T. *The relativistic quantum theory of elementary particle interactions.* New York: Dep. Of Phys. University of Rochester, 1957.
11. Pauli W. On the Conservation of the Lepton Charge. Nuovo Cimento. 1957. Vol. 6. PP. 204…215.
12. Nishijima K. *Fundamental Particles*. New York - Amsterdam: W.A. Benjamin, INC., 1964.
13. Gaponov Yu.V. Description of the Majorana Properties of Neutral Particles within Pauli Symmetry. Phys. Of Atom. Nucl. 2006. Vol. 69. № 4. PP. 658…678.
14. Bogolyubov N.N., Shirkov D.V. *Kvantovye polya* [Quantum fields]. M.: Fizmatlit [Moscow: Publishing house «Fizmatlit»], 2005.
15. Rubakov V.A. *Classicheskie kalibrovochnye polya* [Classical gauge fields]. M.: URSS [Moscow: Publishing house «URSS»], 1999.

Сведения об авторах

Уруцкоев Леонид Ирбекович, *доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой «Физики»*
E-mail: urleon@yandex.ru
Филиппов Дмитрий Витальевич, *доктор физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник*
E-mail: filippov-atom@ya.ru
Московский государственный университет печати им. Ивана Федорова
127550, Москва, Российская Федерация, ул. Прянишникова, д. 2А

Information about authors

Urutskoev Leonid Irbekovich, *Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor,*
Head of the Department of Physics
E-mail: urleon@yandex.ru
Filippov Dmitry Vitalievich, *Doctor of Phys.-Math. Sciences, Leading Researcher*
E-mail: filippov-atom@ya.ru
Moscow State University of Printing Arts
127550, Moscow, Russian Federation, Pryanishnikova street, 2A