

## УВЕЛИЧЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ РАЗРЕШЕННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ $\beta^-$ -РАСПАДОВ В СВЕРХСИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

© 2007 г. Д. В. Филиппов\*

Институт общей физики РАН, Москва

Поступила в редакцию 05.12.2005 г.

Рассмотрено влияние внешнего однородного постоянного сверхсильного,  $H \gg H_0 = cm_e^2 e^3 \hbar^{-3}$ , магнитного поля на вероятность разрешенных электронных  $\beta^-$ -распадов. Показано, что при помещении атома с  $\beta^-$ -активным ядром в сверхсильное магнитное поле увеличивается вероятность  $\beta^-$ -распада ядра за счет увеличения вероятности  $\beta^-$ -распада в связанное состояние электрона. Эффект возникает как для ядра полностью ионизованного атома, так и для ядра нейтрального атома.

PACS: 23.40.-s

### ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–5] исследованы изменения атомных электронных состояний при помещении атома во внешнее однородное постоянное сверхсильное магнитное поле. Из [1–5] следует, что в таком поле увеличивается плотность электронных состояний в области ядра и меняется энергия ионизации атома. В данной работе будет показано, что для атома с  $\beta^-$ -активным ядром такие перестройки атомных электронных состояний приводят к увеличению вероятности  $\beta^-$ -распада.

В работах [6–8] исследовался вопрос о влиянии поля электромагнитной волны на вероятность  $\beta^-$ -распада ядра. В качестве частного случая было рассмотрено и постоянное магнитное поле. Вывод работ [6, 7] состоит в следующем: полная вероятность  $\beta^-$ -распада ядра во внешнем магнитном поле не изменяется, с точностью до небольшой квантовой поправки, возникающей при распаде на нижний уровень Ландау и приводящей к уменьшению вероятности  $\beta^-$ -распада.

В [6–8] не учитывалось электрическое поле ядра, то есть фактически был рассмотрен распад ядра полностью ионизованного атома без учета  $\beta^-$ -распада в связанные состояния электрона. Однако  $\beta^-$ -распад ядра полностью ионизованного атома отличается от  $\beta^-$ -распада нейтрального атома главным образом за счет распада в связанное состояние, т.е. такого распада, при котором  $\beta^-$ -электрон не покидает атом, а рождается на незанятой атомарной орбите ([9, 10] — теория распада в связанное состояние; [11, 12] — теория распада полностью ионизованного атома; [13] —

эксперимент по наблюдению  $\beta^-$ -распада в связанное состояние  $^{187}\text{Re}$ ; [14] — обзор работ по  $\beta^-$ -распаду трития). В том случае, когда исходным  $\beta^-$ -распадающимся ядром является излучатель запаздывающих нейтронов, распад в связанное состояние приводит к изменению доли запаздывающих нейтронов [15].

Таким образом, на сегодняшний день хорошо известно, что плотность электронных состояний в области, близкой к ядру (и, следовательно, вероятность распада в связанное состояние), зависит от внешнего электромагнитного поля, что не учитывалось в [6–8]. Кроме того, при помещении нейтрального атома (или не полностью ионизованного иона) во внешнее сверхсильное магнитное поле меняется энергия ионизации атома [4, 5], что приводит к изменению граничной энергии  $\beta^-$ -распада [16, 17] и, следовательно, к изменению вероятности  $\beta^-$ -распада.

### 1. $\beta^-$ -РАСПАД В СВЯЗАННОЕ СОСТОЯНИЕ

Вероятность  $\beta^-$ -распада  $\lambda$  является суммой вероятностей распада в непрерывный спектр электрона  $\lambda_c$  и распада в связанное состояние  $\lambda_b$  [9, 10]. Распад в связанное состояние особенно существен для распадов полностью ионизованных ядер [11, 12]. Для распада нейтрального невозмущенного атома вероятность  $\lambda_b$  мала, так как все нижние электронные орбиты заняты, а верхние имеют очень маленькую плотность электронов в области ядра. Однако, как будет показано в данной работе, при помещении атома в сверхсильное магнитное поле, плотность возбужденных атомных состояний электронов в области ядра возрастает и, таким

\*E-mail: filippov-atom@yandex.ru

образом, вероятность  $\beta^-$ -распада в связанное состояние становится существенной не только для  $\beta^-$ -распада ядра полностью ионизованного атома, но и для распада ядра нейтрального атома.

Далее, если не оговорено особо, будем пользоваться релятивистскими единицами  $\hbar = c = m_e = 1$ , где  $\hbar$  — постоянная Планка,  $c$  — скорость света в вакууме,  $m_e$  — масса электрона. Вероятность  $\beta^-$ -распада разрешенных переходов в непрерывный спектр пропорциональна интегральной функции Ферми, характеризующей фазовый объем конечных состояний [18]:

$$\lambda_c = \frac{g^2 |M|^2}{2\pi^3} f(Z, U), \quad (1)$$

$$f(Z, U) = \int_1^U F(Z, E) E \sqrt{E^2 - 1} (U - E)^2 dE.$$

Здесь  $g$  — константа слабого взаимодействия;  $M$  — ядерный матричный элемент;  $Z$  — заряд ядра;  $U$  — граничная энергия  $\beta^-$ -распада;  $F$  — отношение плотности конечных состояний электронов в области ядра, вычисленной с учетом внешних и атомных электромагнитных полей, к плотности свободных частиц:

$$F(Z, E) = \frac{2\pi^2}{p_e^2} \sum_i \psi_i^+ \psi_i, \quad (2)$$

где  $p_e$  — импульс электрона, обладающего полной энергией  $E$ ;  $\psi_i$  — спинор, описывающий состояние электрона с набором квантовых чисел  $i$ ;  $\psi_i^+$  — эрмитово сопряжение; сумма берется по всем возможным состояниям с полной энергией  $E$ .

Для разрешенных  $\beta^-$ -распадов  $\lambda_c$  и  $\lambda_b$  пропорциональны одинаковым ядерным матричным элементам [9, 10]:

$$\lambda_b(E_j) = \frac{g^2 |M|^2}{\pi} \sum_i \psi_i^+ \psi_i (U - E_j)^2, \quad (3)$$

где аналогично (2) сумма берется по всем связанным состояниям с полной энергией электрона  $E_j$ . Полная вероятность  $\beta^-$ -распада:

$$\lambda = \lambda_c + \sum_j \lambda_b(E_j). \quad (4)$$

Для вычисления вероятности  $\beta^-$ -распада в связанные состояния необходимо знать функцию распределения электронов в центральном электрическом поле ядра и внешнем постоянном однородном

магнитном поле. В общем случае в такой задаче переменные не разделяются. Нас интересует случай сверхсильных магнитных полей:

$$H \gg H_0 = \frac{cm_e^2 e^3}{\hbar^3} \approx 2.35 \times 10^9 \text{ Э}, \quad (5)$$

т.е. таких, где ларморовский радиус электрона в магнитном поле  $r_L$  мал по отношению к боровскому радиусу  $R_B$ :

$$r_L = \sqrt{\frac{\hbar c}{eH}} = \sqrt{\frac{cm_e^2 e^3}{\hbar^3 H} \frac{\hbar^2}{m_e e^2}} = \sqrt{\frac{H_0}{H} \frac{\hbar^2}{m_e e^2}} \ll \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = R_B, \quad (6)$$

а энергия циклотронного вращения  $\frac{1}{2} \hbar \Omega_C$  велика по сравнению с потенциалом ионизации атома водорода:

$$\frac{1}{2} \hbar \Omega_C = \hbar \frac{eH}{2m_e c} \gg \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} = I_H. \quad (7)$$

В этом случае влияние электрического поля ядра является поправкой к внешнему магнитному полю.

## 2. ЭЛЕКТРОН В ЦЕНТРАЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И ОДНОРОДНОМ СВЕРХСИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

В нерелятивистском приближении поставленная задача решена в [1, 2, 5], где исследован вопрос влияния сверхсильных магнитных полей на деформацию электронных оболочек атома. Движение электрона в постоянном однородном сверхсильном магнитном поле и центральном электрическом описывается суперпозицией двух движений:

1) в плоскости, перпендикулярной магнитному полю (движение по уровням Ландау);

2) вдоль направления магнитного поля (одномерное кулоновское движение).

При этом связанные состояния электрона (вдоль направления поля) существуют для всех уровней Ландау, в том числе и для достаточно высоких уровней (с большой энергией). Это означает, что в случае сверхсильных магнитных полей и для непрерывного спектра и для связанных состояний необходимо пользоваться релятивистским приближением. В релятивистском приближении задача о водородоподобной орбите в сверхсильном магнитном поле решена в [19], где рассмотрен случай более сильных магнитных полей, в которых ларморовский радиус мал по сравнению с комптоновской длиной волны электрона.

В приближении сверхсильного магнитного поля (5) рассмотрим электрическое поле как возмущение, накладываемое на основное движение электрона в магнитном поле по уровням Ландау. Воспользуемся известным решением уравнения Дирака в постоянном однородном магнитном поле [20]. Запишем уравнение Дирака в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$  для электрона в электромагнитном поле, являющемся суперпозицией центрального электростатического поля ядра заряда  $Z$ , расположенного в начале координат, и постоянного магнитного поля напряженности  $H$ , направленного вдоль оси  $z$ :

$$\left\{ i\partial_t - \alpha_0 + \frac{\alpha Z}{\sqrt{r^2 + z^2}} + i\alpha_3\partial_z + \right. \quad (8)$$

$$\left. + i\alpha_1 e^{\pm i\varphi} \left[ \partial_r \pm \frac{i}{r} \partial_\varphi \mp \gamma r \right] \right\} \psi = 0,$$

где  $\gamma = eH/(2c\hbar)$  (условие (6) означает  $\gamma \gg \alpha^2$ ),  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры;  $\partial_\mu \equiv \partial/\partial\mu$  — частная производная по соответствующей координате; верхний знак в (8) относится к действию на 1-ю и 3-ю компоненты спинора  $\psi$  (нижний — на 2-ю и 4-ю);  $\alpha_k$  —  $\alpha$ -матрицы Дирака.

Ищем решения уравнения (8) в виде [20]

$$\psi_{ns} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp[-iEt + \quad (9)$$

$$+ i(n-s)\varphi] \sqrt{2\gamma} \begin{pmatrix} \chi_{1,ns}(z) I_{n-1,s}(\gamma r^2) e^{-i\varphi} \\ i\chi_{2,ns}(z) I_{n,s}(\gamma r^2) \\ \chi_{3,ns}(z) I_{n-1,s}(\gamma r^2) e^{-i\varphi} \\ i\chi_{4,ns}(z) I_{n,s}(\gamma r^2) \end{pmatrix}$$

с условием нормировки

$$\sum_{\mu=1-\infty}^4 \int_{-\infty}^{\infty} \chi_\mu^+(z) \chi_\mu(z) dz = 1$$

для дискретного спектра продольного движения или

$$\sum_{\mu=1-\infty}^4 \int_{-\infty}^{\infty} \chi_\mu^+(z, k_1) \chi_\mu(z, k_2) dz = \delta(k_1 - k_2)$$

для непрерывного спектра;  $I$  — радиальные функции, выраженные через полиномы Лагерра  $Q$ :

$$I_{n,s}(\rho) = \frac{1}{\sqrt{n!s!}} e^{-\rho/2} \rho^{(n-s)/2} Q_s^{n-s}(\rho), \quad (10)$$

$$Q_k^m(\rho) = e^\rho \rho^{-m} \frac{d^k}{d\rho^k} (e^{-\rho} \rho^{k+m}),$$

$n$  — главное квантовое число;  $s$  — радиальное квантовое число;  $I_{n,n}(0) = 1$ ,  $I_{n,s}(0) = 0$  при  $n \neq s$ ,  $I_{-1,0}(\rho) \equiv 0$ . Для вычисления изменения вероятности разрешенного  $\beta^-$ -распада (2) и (3), необходимо оценить изменения плотности электронов на ядре, т.е. в точке начала координат. Воспользуемся условием медленности (адиабатичности) движения электрона вдоль направления магнитного поля по сравнению с его вращением в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, что эквивалентно условию малости энергии продольного движения по сравнению с энергией поперечного движения (7).

В качестве нулевого приближения рассмотрим решение уравнения (8) без электрического поля. В этом случае в (9) функции  $\chi_\mu(z)$  принимают вид [20]:

$$\begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \\ \chi_4 \end{pmatrix} = \frac{e^{ik_z z}}{4\sqrt{\pi}} \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \sigma/E_0} (A_1 + A_2) \\ \sigma \sqrt{1 - \sigma/E_0} (A_2 - A_1) \\ \sqrt{1 + \sigma/E_0} (A_1 - A_2) \\ \sigma \sqrt{1 - \sigma/E_0} (A_1 + A_2) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где  $\sigma = \pm 1$  — число, характеризующее спиновое состояние электрона (проекцию спина на направление магнитного поля),

$$A_1 = \sqrt{1 + k_z/E}, \quad A_2 = \sigma \sqrt{1 - k_z/E}, \quad (12)$$

$$E = \sqrt{1 + k_z^2 + 4n\gamma}, \quad E_0 = \sqrt{1 + 4n\gamma}.$$

Для невозмущенного электрическим полем решения определим среднее по поперечному движению значение кулоновского потенциала

$$\Phi_{ns}(z) = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \left( \psi_{ns}^+ \frac{\alpha Z}{\sqrt{z^2 + r^2}} \psi_{ns} \right) d\varphi r dr. \quad (13)$$

Подставляя в (13) решение (9), (11) и переходя к переменной  $\rho = \gamma r^2$ , получаем

$$\Phi_{ns}(z) = \frac{1}{2} \alpha Z \sqrt{\gamma} \times \quad (14)$$

$$\times \int_0^\infty \frac{\left(1 + \frac{\sigma}{E_0}\right) I_{n-1,s}^2(\rho) + \left(1 - \frac{\sigma}{E_0}\right) I_{n,s}^2(\rho)}{\sqrt{\gamma z^2 + \rho}} d\rho.$$

Из (14) несложно увидеть следующие свойства функций  $\Phi_{ns}(z)$ :

1) функции  $\Phi_{ns}(z)$  — четные;

2) при  $z > 0$  — монотонные (производные  $\Phi'_{ns}(z)$  отрицательны);

3) в нуле  $\Phi_{ns}(0)$  конечны, так как интеграл  $\int_0^\infty \rho^{-1/2} I_{n,s}^2(\rho) d\rho$  — конечен, и  $\Phi_{ns}(0) = C_{ns} \alpha Z \sqrt{\gamma}$ , константы  $C_{ns}$  (здесь и далее) не зависят от параметров  $Z$  и  $\gamma$ ;

4) асимптотика  $\Phi_{ns}(z)$  при  $z \gg r_L$  не зависит от квантовых чисел  $n$  и  $s$ :  $\Phi_{ns} \rightarrow \alpha Z/|z|$ .

Следовательно, аналогично нерелятивистскому случаю [5] для получения интересующей нас оценки можно воспользоваться аппроксимацией с параметром  $a_{ns}$ :

$$\Phi_{ns}(z) \approx \frac{\alpha Z}{|z| + a_{ns}}, \quad (15)$$

причем величина параметра  $a_{ns} = \alpha Z/\Phi(0) = (C_{ns} \sqrt{\gamma})^{-1}$  порядка ларморовского радиуса электрона (6).

Используя полученное приближение, из (8) и (9) получаем следующие уравнения для  $\chi_\mu$ :

$$[E \mp 1 + \Phi_{ns}(z)] \chi_{1,3} + i \partial_z \chi_{3,1} - \sqrt{4n\gamma} \chi_{4,2} = 0, \quad (16)$$

$$[E \mp 1 + \Phi_{ns}(z)] \chi_{2,4} - i \partial_z \chi_{4,2} - \sqrt{4n\gamma} \chi_{3,1} = 0.$$

В рассматриваемой конфигурации полей тензор поляризации не сохраняется, в отличие от случая постоянного магнитного поля [20] в отсутствие электрического поля. Тем не менее проекция полного момента импульса на направление магнитного поля  $J_z = -i \partial_\varphi + \frac{1}{2} \sigma_3$  ( $\sigma_3$  — матрица Паули) остается интегралом движения. Решение (9) является собственной функцией оператора  $J_z$  с собственным значением  $(n - s - 1/2)$ . Для построения общего решения можно воспользоваться параметром, аналогичным поляризации  $\sigma$  (11). В системе (16) сделаем подстановку:

$$\begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \\ \chi_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \sigma/E_0} f_1(z) \\ \sigma \sqrt{1 - \sigma/E_0} f_2(z) \\ -\sqrt{1 + \sigma/E_0} f_2(z) \\ \sigma \sqrt{1 - \sigma/E_0} f_1(z) \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где аналогично (11)  $\sigma = \pm 1$  (в данном случае — это параметр, а не проекция спина) и  $E_0 = \sqrt{1 + 4n\gamma}$ . Сделав замену переменной  $z$  на  $x = k(|z| + a_{ns})$  и оставляя главный член в разложении  $\Phi(z)$  по степеням  $1/z$ , для  $f_{1,2}$  получаем систему уравнений:

$$\left[ \frac{E + \sigma E_0}{k} + \frac{\alpha Z}{x} \right] f_2(x) = i f_1'(x), \quad (18)$$

$$\left[ \frac{E - \sigma E_0}{k} + \frac{\alpha Z}{x} \right] f_1(x) = i f_2'(x).$$

Для связанных состояний (дискретный спектр)  $E < E_0$  эта система сводится к уравнению Уиттекера заменой  $k = 2E\alpha Z/m$ :

$$f''_{xx}(x) + \left[ -\frac{1}{4} + \frac{m}{x} \right] f(x) = 0, \quad (19)$$

при условии:

$$E^2 = E_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\alpha Z}{m} \right)^2 \right]^{-1} = \frac{1 + 4n\gamma}{1 + (\alpha Z/m)^2} < E_0^2. \quad (20)$$

Решения полученного уравнения исследованы в работах [1, 5, 19]. В квазиклассическом случае спектр (20) разделяется на сумму энергий поперечного движения,  $2n\gamma$ , и продольного,  $-1/2(\alpha Z/m)^2$ . Для дискретного спектра решениями (19) будут функции Уиттекера  $W_{m,1/2}$ . Квантовое число продольного движения  $m$  (не обязательно целое) определяется из требования непрерывности решения  $f(z)$  при  $z = 0$ , т.е. при  $x_0 = 2E\alpha Z a_{ns}/m$  либо  $W_{m,1/2}(x_0) = 0$  для нечетных функций  $f(z)$ , либо  $W'_{m,1/2}(x_0) = 0$  — для четных. Нас интересует ненулевая плотность электронных состояний на ядре, т.е. четные функции  $f(z)$ , для которых  $m$  определяется из условия:

$$m = 2E\alpha Z \frac{a_{ns}}{q_m} = \frac{2E\alpha Z}{C_{ns} \sqrt{\gamma} q_m}, \quad (21)$$

где  $q_m$  — нули производной функции Уиттекера  $W_{m,1/2}$ .

Для непрерывного спектра (нелокализованных движений)  $E > E_0$  из (18) получаем уравнение

$$f''_{xx} + \left[ 1 + \frac{2E\alpha Z}{kx} \right] f = 0 \quad (22)$$

с дисперсионным соотношением:

$$E^2 = E_0^2 + k^2 = 1 + 4n\gamma + k^2. \quad (23)$$

На больших расстояниях асимптотика решений уравнения (22)  $f(x) \equiv f(kz) \sim e^{ikz}$  совпадает с решениями (11) без электрического поля. Условие непрерывности четных функций, аналогично (21) требует выполнения

$$f'(ka_{ns}) \equiv f'(k/C_{ns} \sqrt{\gamma}) = 0. \quad (24)$$

### 3. ВЕРОЯТНОСТЬ РАЗРЕШЕННЫХ $\beta$ -РАСПАДОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Проанализируем полученные решения для оценки изменения вероятности  $\beta^-$ -распада при наложении на атом внешнего сверхсильного магнитного поля.

#### 3.1. Электрическое поле ядра отсутствует

В этом случае возможны только состояния непрерывного спектра (9), (11), (12). При каждом значении главного квантового числа  $n$  возможны ровно два состояния  $s = n$  и  $s = n - 1$ , имеющие ненулевую плотность на ядре ( $r = 0$ ,  $z = 0$ ) (исключение составляет уровень  $n = 0$ , на котором существует только одно состояние  $s = 0$ ). Плотность каждой пары таких состояний на ядре не зависит от энергии  $E$  и пропорциональна магнитному полю (9):

$$\psi_n^+ \psi_n = \gamma / (2\pi^2). \quad (25)$$

Из спектра (12) ясно, что для заданной полной энергии электрона  $E$  главное квантовое число может принимать значения от 0 до  $N_{\max}$ :

$$N_{\max} = (E^2 - 1) / (4\gamma). \quad (26)$$

Следовательно, плотность состояний непрерывного спектра в отсутствие электрического поля ядра, при достаточно большой энергии  $E \gg \gamma$ , не зависит от величины магнитного поля:

$$\psi_E^+ \psi_E \sim \sum_{n=1}^{N_{\max}} \psi_n^+ \psi_n \sim N_{\max} \psi_n^+ \psi_n \sim (E^2 - 1) / (8\pi^2), \quad (27)$$

что согласуется с результатами [6].

#### 3.2. Непрерывный спектр в электрическом поле ядра

Уравнение (22) не содержит в явном виде характеристики магнитного поля  $\gamma$ . Следовательно, изменение магнитного поля  $\gamma \rightarrow \gamma\lambda$  приводит к подобному изменению решений, то есть функция  $f(x)$  не меняется, но значения волнового вектора  $k$  (24) увеличиваются пропорционально  $k \rightarrow \tilde{k} = k\sqrt{\lambda}$ . Из условия нормировки функции  $\chi(z)$ , пользуясь известным свойством  $\delta$ -функции Дирака  $\delta(k\sqrt{\lambda}) = \delta(k)/\sqrt{\lambda}$ , получаем, что изменение магнитного поля приводит к изменению амплитуды  $\chi_0 \rightarrow \tilde{\chi}_0 = \chi_0 \sqrt[4]{\lambda}$ :

$$\begin{aligned} \delta(k_1 - k_2) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\chi}^+(z, k_1) \tilde{\chi}(z, k_2) dz = \quad (28) \\ &= \frac{\tilde{\chi}_0^2}{\chi_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^+(z, \tilde{k}_1) \chi(z, \tilde{k}_2) dz = \\ &= \frac{\tilde{\chi}_0^2}{\chi_0^2} \delta(\tilde{k}_1 - \tilde{k}_2) = \frac{\tilde{\chi}_0^2}{\sqrt{\lambda} \chi_0^2} \delta(k_1 - k_2). \end{aligned}$$

Следовательно, вместо (25) получаем

$$\psi_n^+ \psi_n = \frac{\gamma}{2\pi^2} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_0}}, \quad (29)$$

где  $\gamma_0 \sim \alpha^2$ , что с учетом (26) приводит к зависимости плотности состояний непрерывной части спектра от магнитного поля:

$$\psi_E^+ \psi_E \sim \sum_{n=1}^{N_{\max}} \psi_n^+ \psi_n \sim \frac{E^2 - 1}{8\pi^2} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_0}}. \quad (30)$$

Другими словами, увеличение магнитного поля приводит не только к сжатию “электронного облака” за счет уменьшения ларморовского радиуса, но и к увеличению эффективного потенциала электрического поля (14). Это в свою очередь приводит к сжатию электронной функции распределения в продольном направлении магнитного поля.

#### 3.3. Дискретный спектр (связанные состояния) в электрическом поле ядра

Уравнение (19) не содержит характеристик поля. Следовательно, из подобия решений  $f(x)$  и условия нормировки  $\chi(z)$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^+(z) \chi(z) dz &= \quad (31) \\ &= 2\chi_0^2 \int_{x_0}^{\infty} f^+(x, k) f(x, k) \frac{dx}{k} \approx \frac{2\chi_0^2}{k} = 1, \end{aligned}$$

получаем, что амплитуда функции  $\chi(z)$  равна:

$$\chi_0^2 = \frac{E\alpha Z}{m}, \quad (32)$$

где  $m$  — квантовое число продольного движения. Следовательно, плотность состояний дискретного спектра (с квантовыми числами  $n$ ,  $m$ ) на ядре равна:

$$\psi_{nm}^+ \psi_{nm} = \frac{1}{\pi} \gamma \frac{E\alpha Z}{m} > \frac{1}{\pi} \gamma \frac{\alpha Z}{m}. \quad (33)$$

Известно, что в трехмерной задаче движения в сферически-симметричном кулоновском потенциале (без магнитного поля) плотность водородоподобной орбиты в центре равна:

$$\psi_m^+ \psi_m \sim \frac{1}{\pi} \left( \frac{\alpha Z}{m} \right)^3. \quad (34)$$

Сравнение (33) и (34) показывает, что в отсутствии магнитного поля плотность на ядре возбужденных электронных орбит очень быстро падает с ростом номера орбиты как  $m^{-3}$  и соответственно подавлен распад в связанные состояния на возбужденные уровни. При наличии внешнего магнитного поля становится существенным  $\beta$ -распад в связанные состояния на орбиты с большими квантовыми числами, которые свободны и для нейтрального атома (33). Формально сумма  $\sum 1/m$  — расходится; фактически суммирование следует обрезать на уровнях, для которых характерный продольный размер изменения электронной плотности достигает характерного масштаба изменения внешнего магнитного поля.

Подставляя (33) в (3), получаем, что относительное увеличение вероятности  $\beta$ -распада за счет распада в связанное состояние  $\lambda_{bH}/\lambda_c$  при наличии внешнего магнитного поля  $H$  составляет

$$\frac{\lambda_{bH}}{\lambda_c} \sim 2\pi(\gamma\alpha Z) \sum_{n=1}^{N_{\max}} \sum_{m=1}^M \frac{1}{m} \frac{(U - E_{nm})^2}{f(Z, U)}, \quad (35)$$

где  $E_{nm}$  — энергия связанного состояния с квантовыми числами  $n, m$  (20);  $U$  — граничная энергия  $\beta$ -распада;  $N_{\max} = (U - 1)/(4\gamma)$ .

Относительное увеличение вероятности  $\beta$ -распада за счет распада в связанное состояние при полной ионизации атома в отсутствие магнитного поля составляет [9, 10]:

$$\frac{\lambda_b}{\lambda_c} \sim 2\pi(\alpha Z)^3 \frac{(U - 1 + \varepsilon)^2}{f(Z, U)}, \quad (36)$$

где  $\varepsilon$  — энергия связи электрона на орбите,  $\varepsilon \ll 1$ . Сравнение (35) и (36) показывает, что в сверхсильном магнитном поле  $\gamma \gg \alpha^2$  (6) распад в связанное состояние превышает распад в связанное состояние полностью ионизованного атома при  $\gamma > (\alpha Z)^2$ .

Полученные оценки сделаны в предположении водородоподобной орбиты. Это приближение применимо и для высоковозбужденных (ридберговских) состояний, когда в возбужденном состоянии

находится один электрон многоэлектронного атома [21]. Так как увеличение вероятности  $\beta$ -распада происходит главным образом за счет распадов в связанные высоковозбужденные состояния, то полученный вывод качественно применим и к распаду ядра в составе атома.

Кроме рассмотренного увеличения вероятности разрешенных  $\beta^-$ -распадов из-за увеличения плотности свободных электронных состояний вероятность может измениться также и вследствие изменения граничной энергии  $\beta^-$ -распада.

#### 4. ИЗМЕНЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ЭНЕРГИИ $\beta$ -РАСПАДА В СВЕРХСИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

При  $\beta$ -распаде ядра атома, находящегося во внешнем магнитном поле граничная энергия  $\beta$ -распада  $U$  отличается от энергии  $\beta$ -распада ядра невозбужденного атома  $U_0$  [16, 17]. Поскольку начальным и конечным состояниями системы является ядро, окруженное взаимодействующими с ним электронами, граничная энергия  $\beta$ -распада  $U$  является разностью между полными внутренними энергиями начального и конечного состояний системы с учетом полной энергии ионизации атома:

$$U_0 = U_n + [I_f^0 - I_i^0], \quad (37)$$

$$U = U_n + [I_f^H - I_i^H],$$

$$U = U_0 - [I_f^0 - I_i^0] + [I_f^H - I_i^H],$$

где  $U_n$  — разность ядерных энергий;  $I > 0$  — полная энергия ионизации атома; верхний индекс “0” обозначает невозмущенный атом, “H” — атом в магнитном поле; нижний индекс “f” относится к конечному атому (или иону) — продукту  $\beta$ -распада, “i” — к начальному атому.

В рамках модели Томаса-Ферми полный потенциал ионизации невозмущенного многоэлектронного атома с зарядом ядра  $Z$  равен [22]:

$$I^0(Z) \approx 20.8Z^{7/3} \text{ [эВ]}, \quad (38)$$

следовательно,

$$I_f^0(Z) - I_i^0(Z) \approx 48.5Z^{4/3} \text{ [эВ]}. \quad (39)$$

В работах [2, 3] рассмотрено поведение электронной оболочки атома в сверхсильном магнитном поле (5). В предельных сверхсильных магнитных полях  $H \gg H_0 Z^3$  полная энергия ионизации атома (или иона) с зарядом ядра  $Z$ , имеющего  $K$  электронов, равна [2]:

$$I^H(Z, K) \approx \frac{K}{8} L^2 (4Z - K + 1)^2, \quad (40)$$

$$L = \frac{1}{2} \ln \frac{H}{H_0 Z^3}.$$

Из (40) с логарифмической точностью  $L \approx \text{const}$  получаем:

$$I_f^H(Z) - I_i^H(Z) \approx 3L^2 Z(Z + 1) \approx \quad (41)$$

$$\approx 81.6L^2 Z(Z + 1) \text{ [эВ]}.$$

Из сравнения (39) и (41) видно, что энергия ионизации атома в достаточно сильном внешнем магнитном поле растет при увеличении заряда ядра быстрее, чем для невозмущенного атома. Следовательно, граничная энергия  $\beta$ -распада  $U$  атома, помещенного в сверхсильное внешнее магнитное поле (37), больше граничной энергии  $\beta$ -распада невозмущенного атома.

Увеличение граничной энергии  $\beta$ -распада приводит к увеличению вероятности  $\beta$ -распада (1). Этот эффект может быть существен для распадов с малыми граничными энергиями распада. Известно [13], что полная ионизация атома  $^{187}\text{Re}$  приводит к увеличению граничной энергии  $\beta$ -распада с 2.66 кэВ для нейтрального атома до 72.97 кэВ. Это приводит к тому, что открывается канал распада на возбужденный уровень 9.75 кэВ  $^{187}\text{Os}$ , и вероятность  $\beta$ -распада  $^{187}\text{Re}$  увеличивается в  $10^9$  раз. Из (41) следует, что в рамках применимости модели (40) такое же увеличение вероятности  $\beta$ -распада  $^{187}\text{Re}$  произойдет при помещении нейтрального атома в сверхсильное магнитное поле  $L \sim 1/2 (H > 3H_0 Z^3 \sim 3 \times 10^{15} \text{ Э})$ .

При распаде ядра полностью ионизованного атома, а также в тех случаях, когда магнитное поле не очень велико,  $H < H_0 Z^3$ , а энергия  $\beta$ -распада велика по сравнению с изменением полной энергией ионизации атома, изменение граничной энергии  $\beta$ -распада будет мало и не приведет к изменению вероятности распада. В этих случаях все изменение вероятности  $\beta$ -распада во внешнем магнитном поле будет происходить только за счет изменения плотности свободных электронных состояний на ядре (35).

Итак мы видим, что вероятность  $\beta$ -распада нейтрального атома и иона в сверхсильном постоянном однородном магнитном поле увеличивается.

Автор выражает глубокую благодарность Л. И. Уруцкоеву за постановку задачи и обсуждение результатов, а также А. А. Рухадзе за внимание к работе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. Г. Жилич, Б. С. Монозон, ФТТ **8**, 3559 (1966).
2. Б. Б. Кадомцев, ЖЭТФ **58**, 1765 (1970).
3. Б. Б. Кадомцев, В. С. Кудрявцев, Письма в ЖЭТФ **13**, 61 (1971).
4. Б. Б. Кадомцев, В. С. Кудрявцев, ЖЭТФ **62**, 144 (1972).
5. Л. А. Буреева, В. С. Лисица, *Возмущенный атом* (ИздАТ, Москва, 1997), с. 189.
6. И. М. Тернов, В. Н. Родионов, В. Г. Жулого, А. И. Студеникин, ЯФ **28**, 1454 (1978).
7. И. М. Тернов, В. Н. Родионов, О. Ф. Дорофеев, ЯФ **37**, 875 (1983).
8. Е. Х. Ахмедов, ЖЭТФ **85**, 1521 (1983).
9. J. N. Bahcall, Phys. Rev. **124**, 495 (1961).
10. И. С. Баткин, Изв. АН СССР. Сер. физ. **40**, 1279 (1976).
11. K. Takahashi and K. Yokoi, Nucl. Phys. A **404**, 578 (1983).
12. K. Takahashi, R. N. Boyd, G. J. Mathews, and K. Yokoi, Phys. Rev. C **36**, 1522 (1987).
13. F. Bosch, T. Faestermann, J. Friese, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 5190 (1996).
14. В. А. Акулов, Б. А. Мамырин, УФН **173**, 1187 (2003)
15. А. А. Рухадзе, Л. И. Уруцкоев, Д. В. Филиппов, ЯФ **69**, 820 (2006).
16. С. В. Стародубцев, А. М. Романов, *Радиоактивные превращения ядер и атомная оболочка* (Изд-во АН УзССР, Ташкент, 1958), с. 238.
17. Л. И. Уруцкоев, Д. В. Филиппов, УФН **174**, 1355 (2004).
18. Б. С. Джелепов, Л. Н. Зырянова, Ю. П. Суслов, *Бета-процессы* (Наука, Ленинград, 1972).
19. В. П. Крайнов, ЖЭТФ **64**, 800 (1973).
20. А. А. Соколов, И. М. Тернов, *Релятивистский электрон* (Наука, Москва, 1974), с. 269.
21. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, *Атом в сильном световом поле* (Энергоатомиздат, Москва, 1984).
22. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Квантовая механика* (Физматлит, Москва, 2001), т. 3.

ФИЛИППОВ

# PROBABILITY OF ALLOWED ELECTRONIC $\beta$ -DECAY INCREASE IN A SUPERSTRONG MAGNETIC FIELD

D. V. Filippov

The work considers influence of an external homogeneous constant superstrong  $H \gg H_0 = cm_e^2 e^{-3} \hbar^3$  magnetic field on probability of allowed electronic  $\beta$  decay. It is shown that if an atom with  $\beta^-$ -active nucleus is placed in a superstrong magnetic field, the probability of  $\beta^-$  decay of a nucleus increases due to increase in probability of  $\beta^-$  decay to bound electron states. This effect arises for nuclei of completely ionized atoms and for nuclei of neutral atoms both.